

Matemática

Destacável de 12 páginas • Sexta, 24 de Junho de 2016

É para o menino e para a menina?

Nos exames nacionais, as raparigas tendem a sair-se melhor. Já nos testes internacionais, que apelam à capacidade de “enfrentar o desconhecido”, ganham eles. Há uma matemática dos rapazes e outra das raparigas? Falámos com professores e investigadores sobre a relação que alunos e alunas têm com esta disciplina



- **Professores temem descida de resultados**
- **O futebol e a culinária também têm a ver com números**
- **Reportagem na Escola Secundária da Maia**

Exame de Matemática “não foi difícil”, mas “era muito trabalhoso”

Na Escola Secundária da Maia, 242 alunos fizeram ontem o exame de Matemática A. Foi “trabalhoso”, apesar de o grau de dificuldade não ter sido dos piores, segundo os alunos

Reportagem Natália Faria

A chuva que cai miudinha em frente à Escola Secundária da Maia, onde 242 alunos fizeram ontem o exame de Matemática A, não impediu o habitual aglomerado pós-exame junto à portaria. Com ou sem enunciados na mão, sacam de cigarros, guardam calculadoras, conferem respostas, riem-se da própria desgraça.

“Nesta, bati de esquina”, atira um dos estudantes. “Ai que cancro, não fiz nenhuma das [perguntas] que não eram do 12.º ano”, lamenta-se outra.

As impressões finais, no grupo que saiu mal soou o toque das 12h, resumem-se com recurso a poucos adjectivos: “fácil”, “muito trabalhoso”. Entre os que precisam da nota deste exame para efeitos de candidatura à universidade, a angústia era maior. Não é o caso de Cláudio Monteiro, 19 anos, a quem basta um 9,5 para concluir a disciplina, já que o acesso a um curso superior na área das tecnologias, multimédia e comunicação se há-de basear no exame de Português. Mesmo assim, Cláudio estudou “que nem um cão”, o que equivale a dizer que tentou compensar com três semanas de explicações aquilo que não aprendeu em três anos.

“Fui um bocado desleixado. E, nestas três últimas semanas, levantava-me às oito da manhã e ia para o centro de explicações, de onde só saía às seis da tarde. Depois, jantava e voltava a estudar. Só parei para ver os jogos da selecção.” Não está seguro de ter assegurado a positiva. “Nalgumas perguntas, bati na esquina”, ri-se.

Daí a poucos minutos, a professora Júlia Ferreira, que esteve a coadjuvar no exame, sai e põe ponto de ordem na discussão. Já com os exercícios do exame resolvidos a lápis, atira: “As [perguntas] de escolha múltipla

eram ‘dadas’.” E quanto valem? “Quatro pontos”, responde a docente. “São uns esmifras”, resmunga Leonor Silva, 17 anos, para acrescentar, entre o jocoso e o lamento, que “as ‘derivadas’ eram ‘total’ grandes”.

“O nervosismo não ajudou”

Leonor saiu sem aproveitar os 30 minutos suplementares, por ter concluído que seria incapaz de resolver as três perguntas que deixou por fazer nem que lhe dessem a tarde toda. “Era matéria de outros anos. Olhei para aquilo e não percebi nada”, desculpase. Tem uma média de 15 no secundário, vai tentar entrar num curso de Enfermagem, no Porto, cuja média se fixou nos 15,2 no ano passado. “Apostei mais no teste de Biologia e Geologia que fiz ontem. Se não conseguir entrar no Porto, espero conseguir em Coimbra.”

A professora Júlia Ferreira reconhece que o teste era “muito trabalhoso”. Comparativamente com o do ano passado, “este era bem menos linear” e “a parte da Geometria era bem mais fácil no ano passado”. “Ai, professora, estou a ver que não percebi patavina. Estou deprimida”, dramatiza ainda Leonor.

O relógio avançou para as 12h30 e saem os alunos que decidiram aproveitar a meia hora suplementar. No caso de Joana Miguel, sem maior proveito. “O nervosismo não ajudou”, explica, quando o PÚBLICO lhe trava o passo apressado. Fez o exame como aluna externa porque precisa de ter o secundário concluído para formalizar a candidatura ao curso de Gestão na universidade onde anda já no chamado “ano zero”. “Não era propriamente fácil, mas também não era nada que não se conseguisse fazer com cabeça fria”. Está consternada: “Acho que não cheguei aos 9,5.”

Talvez, como Daniela Canelhas, 17 anos, tente de novo na segunda fase, marcada para 22 de Julho. “O exame não era difícil mas eu



As impressões finais resumem-se com recurso a poucos adjectivos: “fácil”, “muito trabalhoso”

A professora Júlia Ferreira reconhece que o teste era “muito trabalhoso”. Comparativamente com o do ano passado, “este era bem menos linear” e “a parte da Geometria era bem mais fácil no ano passado”. “Ai, professora, estou a ver que não percebi patavina. Estou deprimida”, dramatiza Leonor

não estava preparada. Por isso, vou voltar a fazer, mas só para ver se consigo subir a média do secundário”, relata Daniela. Na esperança de entrar no curso de Biologia, cujo exame se fez anteontem, diz que descurou a Matemática: “O de Biologia correu-me bem, espero ter à volta de 15, vamos ver se valeu a pena.”

Ao lado, Inês Madureira, 17 anos, também planeia fazer uma pausa de quatro dias para uma viagem ao Luxemburgo e depois ei-la de volta aos cálculos para o exame da segunda fase. “Queria entrar em Enfermagem, na Escola Superior do Porto, e para isso não preciso do exame de Matemática, a não ser para elevar a média do secundário. Espero conseguir.”

Mais um dia normal

Por esta altura, o aglomerado de alunos já se dispersou, entre a fuga à chuva e os preparativos

para a noite de S. João, e, para Rui Duarte, o director desta escola com 1700 alunos, foi mais um dia normal, apesar de o exame de Matemática “ser sempre dos mais críticos”. “É uma rotina já com alguns anos, os alunos estão mentalizados.”

E a escola, que em 67 turmas soma 11 de cursos profissionais, também não se tem saído nada mal. Em 2015, os 185 alunos que fizeram o exame de Matemática A obtiveram uma média de 12,77, acima da média do distrito (10,91) e da média nacional (10,76). Se tivesse em conta os ecos que lhe foram chegando esta manhã ao gabinete, o director diria que “as coisas, este ano, deverão manter-se ao mesmo nível”. Mas isso seria fazer futurologia. E a Matemática não o permite. “Não me transpirou que tivesse havido aqui grandes alterações. Vamos esperar para ver.”

“Para a resolução manuscrita um professor ocupou 13 páginas, o que nos faz supor que um aluno precisaria de 15. Isto não se faz em duas horas e meia”, afirma Jaime Carvalho e Silva da APM

Professores acreditam que recorde de 2015 não se vai repetir este ano

Clara Viana

Extensão da prova e maior dificuldade das questões colocadas poderão vir a ter impacto nos resultados dos alunos do 12.º ano

No ano passado, a média do exame de Matemática A esteve entre as melhores de sempre, com os alunos internos – aqueles que frequentam as aulas até ao fim – a alcançarem um resultado redondo de 12 numa escala de 0 a 20. Mas a prova de 2016, que foi realizada ontem por 45.902 alunos (faltaram 3097), tem um “nível de dificuldade global ligeiramente superior à de 2015”. A opinião é da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM).

“Provavelmente os resultados não serão tão bons como os do ano passado”, antevê o dirigente da Associação de Professores de Matemática (APM), Jaime Carvalho e Silva. Porquê? Devido à “extensão” do exame, adiantou, em declarações ao PÚBLICO.

“É uma prova bem construída, não é repetitiva, mas para a sua resolução manuscrita um professor ocupou 13 páginas, o que nos faz supor que um aluno precisaria de 15. Isto não se faz em duas horas e meia”, que é o tempo regulamentar do exame, especificou.

Existe mais meia hora de tolerância, mas, como adianta o responsável da APM, este tempo suplementar deve ser sobretudo aproveitado para rever as respostas ou alguns cálculos. No que é ainda uma “apreciação preliminar” do exame, a extensão é mesmo o único problema apontado pela APM a esta prova, mas que poderá ter impacto nos resultados.

“Fácil”, “muito trabalhoso”, foram estas as impressões finais dos alunos da Escola Secundária da Maia ouvidos pelo PÚBLICO à saída do exame. Também uma das suas professoras, Júlia Ferreira, reconhece que o exame era “muito trabalhoso”. Comparativamente com o do ano passado, “este era bem menos linear” e “a parte da geometria era bem mais fácil no ano passado”.

No parecer divulgado nesta quinta-feira sobre o exame do 12.º ano, a SPM congratula-se pelo facto de as questões apresentadas no Grupo II permitirem “valorizar o trabalho dos alunos mais empenhados”, o que classifica como sendo “saudável”. Tal acontece porque naquele grupo existem “questões de diversos níveis de dificuldade, com uma distribuição entre perguntas de vários tipos (capacidade de análise com e sem a calculadora, questões de cálculo e conceptuais, etc.)” que a SPM entende ser “equilibrada”. Já no Grupo I, acrescenta,

as questões “são, na generalidade, fáceis”.

Nos últimos cinco anos, as médias dos alunos internos no exame de Matemática A, que é uma das quatro provas mais concorridas do secundário, subiram três vezes a valores positivos, tendo batido o recorde em 2015. O valor mais baixo neste período de tempo (9,2) foi registado em 2014.

Ontem realizaram-se também os exames de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, feito por 10.205 alunos, e de Matemática B, que foi realizado por 2503. Este último

exame é destinado aos alunos do curso de Artes Visuais. Os exames voltarão na segunda-feira com as provas de Geometria Descritiva e de Literatura Portuguesa.

Será o último dia desta 1.ª fase dos exames, que é obrigatória para todos. Quem chumbar ou quiser subir as notas, que serão conhecidas a 13 de Julho, poderá voltar a tentar na 2.ª fase, que arranca seis dias depois. Quem tiver dúvidas sobre os resultados alcançados e quiser consultar as provas terá de fazê-lo nos dois dias úteis seguintes ao da afixação das pautas.



“O exame não era difícil mas eu não estava preparada. Por isso, vou voltar a fazer, mas só para ver se consigo subir a média do secundário”, diz Daniela, 17 anos. Na esperança de entrar no curso de Biologia, descurou a Matemática. “O de Biologia correu-me bem, espero ter à volta de 15”

Licenciaturas

3 anos | 180 ECTS

Biologia Celular e Molecular

Bioquímica

Conservação-Restauração

Engenharia Geológica

Matemática

Química Aplicada

Mestrados Integrados

5 anos | 300 ECTS

Engenharia do Ambiente

Engenharia Biomédica

Engenharia Civil

Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Engenharia Física

Engenharia e Gestão Industrial

Engenharia Informática

Engenharia de Materiais

Engenharia Mecânica

Engenharia de Micro e Nanotecnologias

Engenharia Química e Bioquímica

Concurso Nacional de Acesso

2016/17

OFERTA EDUCATIVA

**ENGENHARIA
CIÊNCIAS**

FCT

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

www.fct.unl.pt

f #fctnova

É para o menino e para a menina

Nos exames nacionais, elas saem-se melhor. Nos testes internacionais, ganham eles. Fomos perceber que relação é esta com a Matemática

Género Andreia Sanches

Todos os anos, milhares e milhares de alunos participam nas Olimpíadas Portuguesas da Matemática. E todos os anos são escolhidos os melhores 30 para disputar a final nacional. Na edição deste ano, na categoria que envolve jovens do 10.º ao 12.º ano, competiram 22 rapazes e oito raparigas. No ano passado, foram à final 25 rapazes e cinco raparigas. E no ano anterior, meninas, apenas três. Esta desproporção diz alguma coisa sobre a forma como eles e elas se relacionam com a disciplina?

Luís Merca, que anualmente organiza as olimpíadas, uma iniciativa da Sociedade Portuguesa de Matemática, acredita que o reduzido número de raparigas nas finais não tem nada a ver com a apetência delas para a Matemática. Sim, todos já ouvimos dizer que “os rapazes são melhores nas Ciências Exactas e as raparigas são melhores nas Ciências Sociais”, como lembra Catarina Oliveira Lucas, professora da Escola Superior de Educação do Porto, coordenadora da European Women in Mathematics para Portugal. Mas será realmente assim?

Lurdes Figueiral, presidente da Associação de Professores de Matemática, diz que nunca notou nas suas aulas que fosse preciso ensinar de modo diferente rapazes e raparigas. No máximo, afirma, “elas são mais concentradas” e “eles menos ansiosos”. Mas voltaremos à ansiedade e a outros estados de alma dentro de momentos.

O PÚBLICO compilou um conjunto de dados sobre como se têm saído os rapazes e as raparigas nos exames nacionais do 4.º, 6.º e 9.º anos do ensino básico (os do 4.º e 6.º foram este ano abolidos) e também nos do ensino secundário. Tivemos em conta as notas dos alunos internos – aqueles que frequentam a escola ao longo de todo o ano e prestam provas no final. Os números (ver infografia) mostram que a média das classificações de exame das raparigas é, na maioria das vezes, superior à dos rapazes. É assim nas diferentes disciplinas. E também na Matemática.

Centremo-nos nesta última, porque hoje é esse o tema. A exceção é o 4.º ano: a média da performance dos meninos nos exames de Matemática tem sido sempre ligeiramente melhor, desde 2013. No 6.º há uma inversão: quase sempre ligeiramente melhor as meninas. No 9.º também. A distância aumenta no secundário. No ano passado, a média das notas dos rapazes no exame do secundário de Matemática foi de 11,80 valores (numa escala que vai até 20) e a das raparigas de 12,31. Ou seja, um pouco mais de meio valor de diferença, a mais alta dos últimos cinco anos.

“As diferenças acentuam-se ao longo do percurso escolar e espelham, no secundário, este facto: são mais as raparigas do que os rapazes que entram nas universidades, mesmo em cursos que eram antigamente cursos masculinos, como a Medicina, onde se exigem médias de acesso de 18 e 19 valores que, para muitos rapazes, são inatingíveis”, afirma Alice Mendonça, professora da Universidade da Madeira, uma especialista em Sociologia da Educação que tem estudado as desigualdades de género no desempenho académico.

“Pensar como um cientista”

Alice Mendonça lembra que os rapazes têm sido ultrapassados nas suas prestações escolares e que elas têm mais sucesso. Nota que o assunto tem despertado o interesse de estudiosos e de governantes de vários países. E que o Reino Unido já adoptou, inclusive, medidas de reforço escolar destinadas aos rapazes, de modo a equipará-los às raparigas nos resultados académicos.

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) é uma das que tem vindo a alertar, em várias ocasiões, para a questão das desigualdades. No seu estudo *ABC da igualdade de género na Educação: Aptidão, Comportamento, Confiança*, divulgado no ano passado, dava conta de que os rapazes tendem a abandonar a escola mais cedo do que as raparigas, gastam menos tempo com trabalhos de casa, têm mais propensão para achar a escola um desperdício de tempo. Os resultados dos testes feitos a 510

O desempenho de alunos e alunas nos exames e nos testes internacionais

Resultados nos exames nacionais de Matemática por género, em Portugal

Raparigas Rapazes

Média do ensino secundário



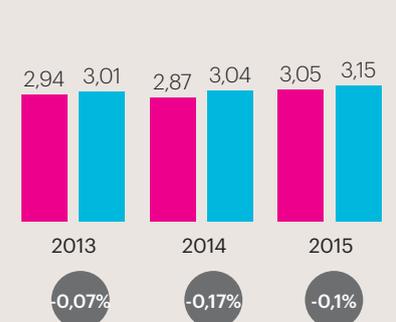
Média do 6.º ano do ensino básico



Média do 9.º ano do ensino básico



Média do 4.º ano do ensino básico



Nota: só foram tidos em conta os resultados dos alunos internos, na 1.ª fase dos exames nacionais

Pontuação média nos testes PISA de Matemática, em Portugal e nalguns países da OCDE

	PISA 2003		Diferença	PISA 2012		Diferença
	Pontuação média			Pontuação média		
	Rapazes	Raparigas		Rapazes	Raparigas	
Luxemburgo	502	485	17	502	477	25
Áustria	509	502	8	517	494	22
Itália	475	457	18	494	476	18
Coreia do Sul	552	528	23	562	544	18
Japão	539	530	8	545	527	18
Portugal	472	460	12	493	481	11
Média OCDE	505	494	11	502	491	11
Polónia	493	487	6	520	516	4
Noruega	498	492	6	490	488	2
Suécia	512	506	7	477	480	-3
Finlândia	548	541	7	517	520	-3
Islândia	508	523	-15	490	496	-6

Fontes: cálculos feitos pelo PÚBLICO a partir das bases de dados do Júri Nacional de Exames; *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, OCDE, 2016; *The ABC*

mil alunos de 15 anos, em 60 países e zonas económicas, no âmbito do mega estudo internacional da OCDE, o PISA, mostram isto: em 2012, último para o qual há dados, as raparigas saíram-se melhor do que os rapazes na leitura (38 pontos de diferença nos países da OCDE – “o equivalen-

te a um ano de escola”); os rapazes saíram-se melhor do que as raparigas na Matemática (em média 11 pontos melhor – “o equivalente a três meses de escola”).

Como foi em Portugal? Seguiu a tendência internacional. E ao contrário do que se passa nos exames

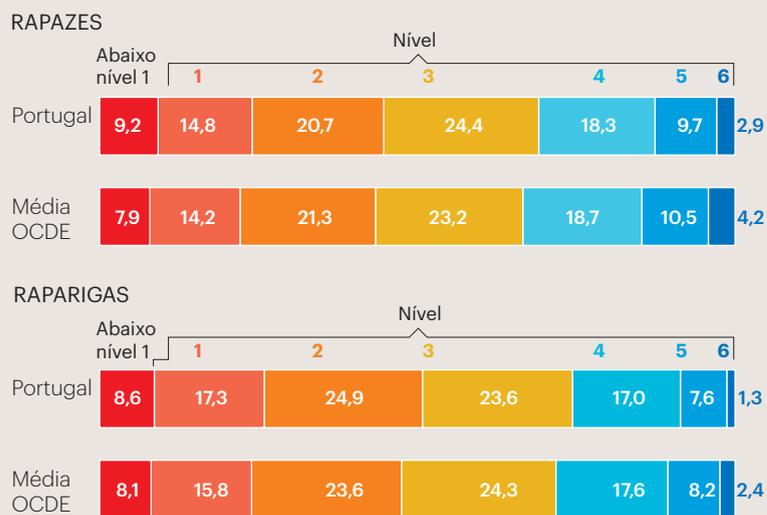
nacionais, nos testes PISA de Matemática a pontuação dos rapazes foi (em média) 11 pontos superior à das raparigas – dentro da média da OCDE.

As desigualdades a nível internacional preocupam os peritos. Eles estão a ficar para trás na leitura,

ra a menina?

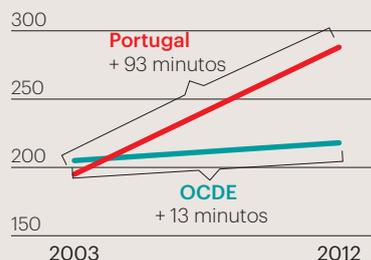
mais

% de alunos em cada nível de proficiência a Matemática nos testes PISA, em 2012, por género

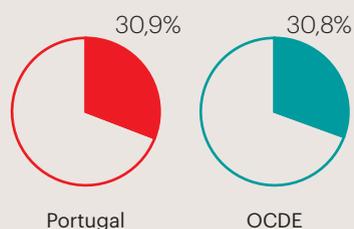


Nota: a escala PISA é a seguinte: "abaixo do nível 1", menos de 357,77 pontos; "nível 1" até aos 420,01 pontos; "nível 2" até 482,38; "nível 3" até 554,68; "nível 4" até 606,99; "nível 5" até 669,30 e "nível 6" acima dos 669,30.

Horas semanais de aulas de Matemática, em Portugal e na OCDE (minutos/semana)

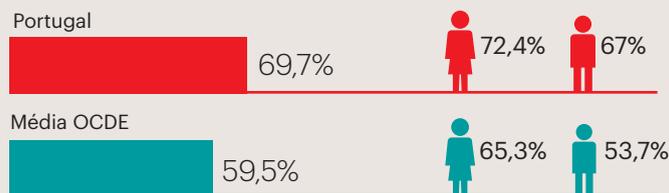


Alunos que nunca ouviram falar do conceito "média aritmética", em Portugal e na OCDE (em %)



Ansiedade: quantos dizem que se preocupam frequentemente com as dificuldades que vão sentir nas aulas de Matemática, em Portugal e na OCDE

TODOS OS ALUNOS DE 15 ANOS



of Gender Equality in Education: Aptitude, Behaviour, Confidence, OCDE, 2015

PÚBLICO

sendo que ler bem é essencial para as aprendizagens de qualquer matéria; já elas, quando lhes é pedido para "formular situações matematicamente" ou para "pensar como um cientista", saem-se pior do que eles, o que pode prejudicar o seu acesso a áreas geralmente bem remuneradas

em termos salariais, como as engenharias ou a computação. É preciso trabalhar para que todos, meninas e meninos, tenham as mesmas oportunidades, alertava a organização.

Mas no que ficamos, em Portugal? Nos exames nacionais são elas que se saem melhor. Nos testes PISA são

eles. O que é que isto significa? Vários especialistas contactados pelo PÚBLICO começam por lembrar que os dois tipos de provas medem coisas diferentes.

Eles gostam de desafios

"Os testes internacionais PISA avaliam criatividade, perspicácia, destreza matemática na resolução de situações e problemas do quotidiano e os exames nacionais são habitualmente utilizados para avaliar conhecimentos matemáticos que são estipulados *a priori* e que, em princípio, devem estar relacionados com os temas estudados nas aulas ao longo dos anos", diz Catarina Lucas. "Os resultados dos exames podem induzir a um 'falso sucesso' dos alunos, pois os estudantes alcançam bons resultados, mas não desenvolvem a capacidade de enfrentar o desconhecido, de resolver situações novas ou tarefas pouco habituais. Nos exames nacionais o aluno sabe de antemão o que tem de estudar. Nos testes PISA não, é uma surpresa. Geralmente, em termos emocionais, os rapazes lidam melhor com este efeito surpresa enquanto as raparigas podem sentir-se menos seguras", afirma.

Tal como as Olimpíadas de Matemática, "os testes PISA funcionam como um desafio à inteligência e os rapazes gostam disso", prossegue esta matemática. "Eles gostam de superar obstáculos, ultrapassar barreiras cada vez mais elevadas, de explorar o desconhecido." Já as raparigas, gostam de "saber onde pisam", saber o que têm de estudar e organizar o seu estudo.

Claro que "há exceções" e muitas raparigas gostam de desafios – como, desde logo, ela própria, que se tornou matemática. Aliás, lembra, em Portugal, "há mais mulheres matemáticas do que homens matemáticos, ao contrário de outros países do Norte da Europa".

As raparigas "estudam, aplicam-se, treinam muito, valorizam muito os exames", diz também Luís Merca. Talvez a explicação para que superem os rapazes nos exames nacionais, mas não nos testes do PISA, esteja aí. "As raparigas são mais racionais, chegam ao 11.º e ao 12.º e o seu objectivo é ter boas médias, entrar na universidade e focam-se nisso", prossegue o organizador das Olimpíadas da Matemática, também professor coordenador da Área Interdepartamental de Matemática da Escola Superior de Tecnologia de Tomar.

Será também essa a razão →

ARE YOU READY FOR A CHANGE?*



LICENCIATURAS 2016-19

GESTÃO

ECONOMIA

FINANÇAS

MATEMÁTICA APLICADA À ECONOMIA E À GESTÃO

ECONOMICS⁽¹⁾

MANAGEMENT⁽¹⁾



LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

Open minds for a changing world.**

www.iseg.ulisboa.pt

* Estás pronto para uma mudança?
** Mentes abertas para um mundo em mudança.
(1) Lecionadas em inglês.



BMW
Premium Selection
Usados de Seleção

www.bmwpremiumselection.pt



Pelo prazer
de conduzir

QUERER E PODER.



BMW 116d 5 PORTAS DE 2015 POR 175€/MÊS*.

Mais do que um Usado de Seleção é a oportunidade de ter um BMW com a confiança, segurança e com condições especiais que só o BMW Premium Selection oferece. Conheça as opções de financiamento no seu Concessionário BMW Premium Selection.

BMW PREMIUM SELECTION. USADOS DE SELEÇÃO.

***TAEG: 4.1%. TAN: 3.3%. PRAZO: 84 MESES.
1ª RENDA: 6.227,99€. VALOR RESIDUAL: 7.470€.**

BMW 116d 5 portas, de 2015, por 175€/mês. Condições válidas para contratos de Leasing BMW Financial Services (Contrato de locação financeira), para os parâmetros apresentados. Despesas de entrega e legalização incluídas. PVPR de 24.900€. 1ª renda de 6.227,99€. Valor Residual de 7.470€. Prazo de 84 meses. Comissão de Abertura de Dossier de 239,85€. Comissão de Processamento Mensal de 3,38€, incluída no valor da renda. Comissão de Finalização de 215,25€. MTIC de 28.678,09€. MTC de 24.900€. Preços com IVA à taxa legal de 23%. Viatura não contratual. Sujeito a aprovação pela BMW Bank GmbH – Sucursal Portuguesa, Lda. Condições sujeitas a alteração sem aviso prévio. Condições válidas nos concessionários aderentes para propostas aprovadas até 31/08/2016. Consumo: 3,6 a 4,1 l/100 km. Emissões de CO₂: 96 a 107 g/km.

Escolha o óleo original BMW TwinPower Turbo.



MARCO DUARTE

para que sejam tão poucas nas finais, admite: “As olimpíadas e outras actividades extracurriculares não são prioridade para elas. Já os rapazes são mais apaixonados.”

O que significa ser mais apaixonado? “Se gostam de algo, mesmo que não seja imediatamente importante para o seu futuro, não abdicam, põem as olimpíadas ao mesmo nível da escola, mesmo se isso pode comprometer as notas, o que geralmente não acontece, porque estamos a falar de muito bons alunos.”

Uma questão de atitude

Se se pede resposta a “exercícios mais práticos”, como acontece no PISA, “se o aluno se confronta com um problema, isso implica que ele tenha disponibilidade e confiança para arriscar”, afirma Adelinda Candeias, do CIEP – Centro de Investigação em Educação e Psicologia, da Universidade de Évora (UE), que tem estudado a relação do rendimento escolar em Matemática com as atitudes dos alunos face à disciplina.

E a verdade é que os dados que existem indicam que os rapazes marcam pontos em termos de atitude. “Os rapazes manifestam afectos mais positivos pela matemática do que as raparigas”, concluiu Adelinda Candeias num estudo de que é co-autora, com outros investigadores da UE, feito com 743 alunos do 1.º, 2.º e 3.º ciclos do ensino básico em 11 escolas. Eles confiam mais nas suas capacidades – porque lhes é intuitivo, desde cedo, que os “rapazes devem saber resolver problemas” e “ir para cursos de engenharia”. Isto influencia a forma “com que partem para certas tarefas”, afirma.

Francisco Peixoto, professor do Centro de Investigação em Educação do ISPA – Instituto Universitário e, também ele, co-autor de um estudo que envolveu em 2012 mais de 1700 alunos do 5.º ao 12.º ano, sobre as atitudes face à Matemática, acrescenta: “Há uns anos havia evidências de que os rapazes tinham melhor desempenho a Matemática, mas as diferenças têm vindo a desaparecer. Apesar disso, eles continuam convencidos de que são melhores do que as raparigas.” São, de algum modo, “menos realistas”, prossegue o professor do ISPA, porque, muitas vezes, quando se confronta a auto-avaliação que fazem deles próprios com as notas que têm, as diferenças em relação às raparigas são poucas (ou, até, são elas que estão melhor).

E por que razão é assim? “É uma construção social. O estereótipo dos

anos 60, 70 é: as meninas gostam de Letras os rapazes de Matemática e esta construção social influencia a família, os professores que, por sua vez, transmitem isso aos alunos. Os rapazes são mais estimulados para as questões da Matemática, as raparigas para as da leitura.”

Motivação intrínseca

A OCDE revelava no seu relatório do ano passado como as famílias “continuam a ter diferentes expectativas para filhos e filhas” em relação à profissão que esperam que eles prossigam: quando questionados, 50% dos rapazes que fizeram os testes do PISA disseram que os pais esperam que eles sigam profissões ligadas à ciência, tecnologia, engenharia e matemática, enquanto essa percentagem desce para 20% em relação às raparigas.

“Os professores são permeáveis” a esta construção, prossegue Francisco Peixoto. E quando se tem em conta as notas que dão ao longo do ano aos seus alunos – em vez das dos exames nacionais – os rapazes acabam por aparecer em vantagem uma vez mais. Pode haver alguma “benevolência” na hora de avaliar os rapazes. Damos mais tempo a alguém para responder a uma pergunta se achamos que a pessoa é capaz de acertar, exemplifica. Damos menos tempo a quem

achamos que vai falhar. “O professor não está a fazer isto conscientemente, mas as expectativas acabam por contaminar a forma como interagem com os alunos.”

Num relatório divulgado esta semana, intitulado *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible for All*, a OCDE volta ao tema do género. Diz que olhando para os diferentes níveis de alunos, o hiato de género é maior, a favor dos rapazes, no topo, ou seja, no grupo das pontuações mais altas (há mais rapazes a conseguir uma pontuação de nível 6 nos testes do PISA, a mais alta, do que raparigas, isto tanto na OCDE como em Portugal).

Diz também que “não há nenhuma razão inata para que as meninas não sejam capazes de fazer tão bem quanto os meninos em matemática”. E considera que “a capacidade auto-percebida [pelos alunos] e a ansiedade são os principais factores por trás da disparidade entre os sexos”. Números: dois terços das raparigas da OCDE e 72% das portuguesas mostram-se ansiosas face às dificuldades que a Matemática lhes pode colocar, mais do que os rapazes.

O que fazem fora da sala

A OCDE lembra ainda no relatório *Equations and Inequalities...* que “rapazes e raparigas têm diferentes

oportunidades para desenvolver as suas competências de Matemática fora da escola”. Por exemplo, “há menor probabilidade de uma rapariga jogar xadrez, programar computadores, participar em competições de Matemática ou em outras actividades extracurriculares que envolvam Matemática”.

Talvez por isso, Catarina Lucas tem notado, como professora, “que os rapazes percebem melhor o carácter funcional da Matemática no dia-a-dia (jogos de computador, engenharias, etc.), enquanto as raparigas continuam a vê-la como uma disciplina a estudar na escola e com pouca projecção no seu futuro”.

“Talvez necessitem de estímulos diferentes por terem sensibilidades diferentes e uma visão do mundo também diferente, mas não por terem níveis de inteligência diferentes”, sublinha a coordenadora da European Women in Mathematics para Portugal. “O que me parece é que têm tendência a desenvolver capacidades matemáticas distintas: os rapazes a resolução de problemas e as raparigas a organização. Se complementarem as duas atingem o ideal.”

Francisco Peixoto sublinha o papel da motivação – “Estar motivado é meio caminho para aprender”, e motivar alunos implica estar aten-

OCDE diz que “não há nenhuma razão inata para que as meninas não sejam capazes de fazer tão bem quanto os meninos”

to às diferenças: “Não se consegue motivar da mesma forma rapazes e raparigas, como não se consegue motivar da mesma forma alunos de Lisboa e Freixo de Espada à Cinta. Têm coisas em comum e outras não, e é preciso alguma dose de criatividade para motivar. Estou a falar de motivação intrínseca – aprender não pelas notas ou para agradar aos pais”, querer mesmo aprender.

E separá-los?

Margarida Garcia dos Santos é presidente da direcção da delegação portuguesa da Associação Europeia de Educação Diferenciada. Defende as vantagens de separar rapazes e raparigas, como acontece no Colégio Planalto, ou no Mira Rio, ambos em Lisboa, o primeiro exclusivamente masculino, o segundo para meninas, ambos pertencentes à cooperativa Fomento, ligada à Opus Dei. “Estudos recentes sobre o cérebro mostram que existem diferenças entre rapazes e raparigas que, de alguma forma, explicam resultados escolares diferentes”, afirma.

“É uma área de investigação recente que tem demonstrado que tendencialmente o cérebro masculino está mais apto para execução de tarefas matemático-espaciais, tendo como resultado uma melhor capacidade para aprendizagens nesta área e obtendo assim melhores resultados”, sustenta. “Daí que contextos educativos diferenciados possam adoptar estratégias que, desde os níveis mais básicos da aprendizagem, vão ajudando rapazes e raparigas a conseguirem ter os mesmos resultados escolares.”

Ou seja, ensinar alunos e alunas separadamente faz com que “o sexo não seja uma condicionante dos resultados a atingir”. Margarida Garcia dos Santos nota, contudo, que, na sua opinião, o problema, em Portugal, é “mais vasto” e passa pelo “insucesso dos rapazes” transversal a várias áreas. “Os rapazes são fortemente penalizados pelo nosso sistema de ensino muito teórico.”

Já Adelinda Candeias defende que a solução passa por “turmas heterogéneas” com “estratégias inclusivas”. Os processos educativos de escolas, professores e pais têm de “contrariar estereótipos, (prê)conceitos e modelos culturais contaminados pelas diferenças de género ou pela ‘fatalidade’ das desigualdades sociais”, diz José Morgado, do Centro de Investigação em Educação do ISPA. “Na verdade, a escola, a educação, pode e deve, ela sim, fazer a diferença.”

Separar os alunos em função das suas dificuldades tem riscos, diz OCDE

Portugal tem uma carga horária a Matemática elevada. Mas o que mais pesa na hora de avaliar como lidam os alunos com conceitos como “média aritmética”, que só 30% conhecem bem, são os conteúdos

Desigualdades
Andreia Sanches

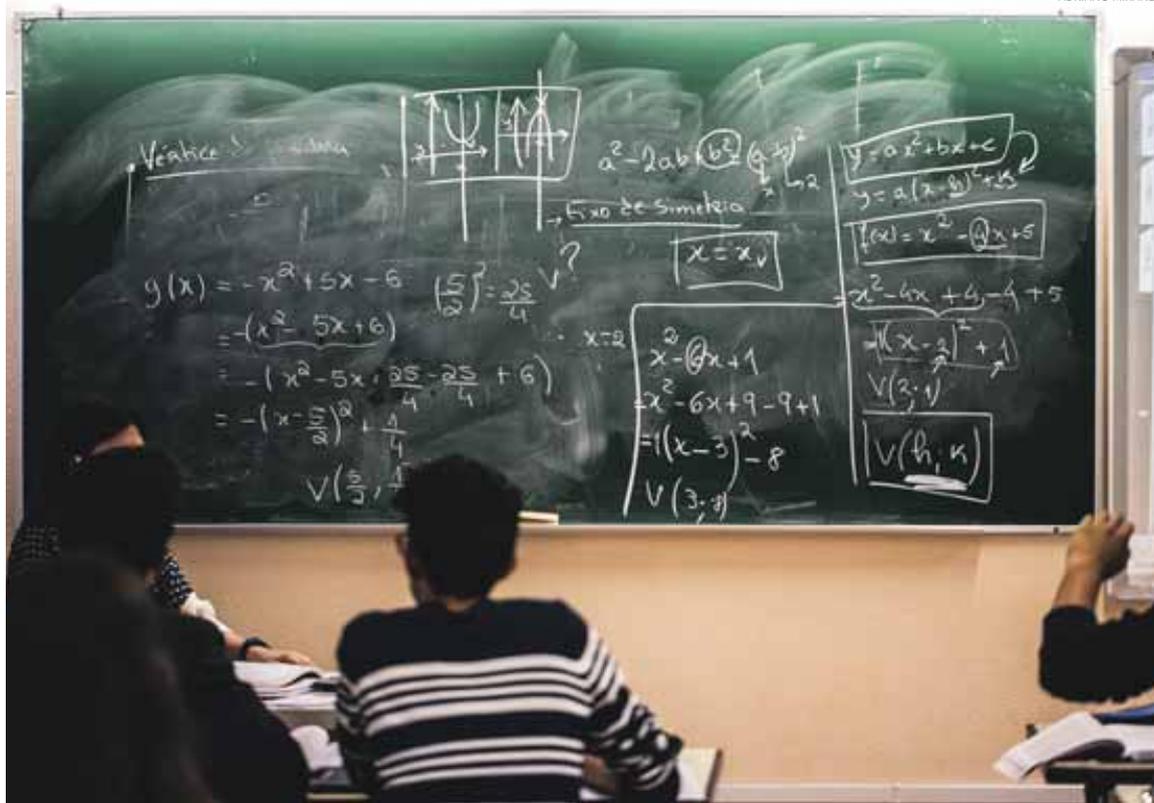
Separar os alunos por grupos, dentro de cada escola, ou até dentro de cada turma, em função do nível em que estão na Matemática, pode até ter como objectivo apoiar os que menos sabem, e estimular os que estão mais avançados. Mas métodos deste tipo, disseminados nos países da OCDE, e também utilizados em muitas escolas portuguesas, podem “reduzir as oportunidades de aprendizagem dos alunos mais desfavorecidos” em termos sócio-económicos, admite um relatório publicado esta semana pela OCDE.

Intitulado *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, o relatório diz que cerca de 70% dos alunos de mais de 60 países e economias que participaram na última edição do PISA (sigla para Programme for International Student Assessment), em 2012, frequentam escolas onde existe a política de, nas aulas de Matemática, separar os alunos pelo nível em que estão. O PISA, recorde-se, é um estudo feito pela OCDE de três em três anos sobre a forma como os alunos de 15 anos aplicam conhecimentos e competências de Matemática, Leitura e Ciências perante situações da “vida real”.

Em Portugal, dos quase 6000 jovens que participaram em 2012 nessa avaliação, 60% frequentavam escolas onde existiam experiências deste género – sendo estas muitíssimo mais comuns em estabelecimentos de ensino situados em contextos sociais mais problemáticos. Já em países como a Nova Zelândia, Irlanda ou o Reino Unido a prática de agrupar alunos em função das competências dos mesmos está presente em quase 100% das escolas, tanto em contextos mais favorecidos como noutros mais difíceis, mostra o relatório.

Certo é que a OCDE recomenda que se faça uma avaliação às “políticas e práticas de selecção dos alunos em função das suas aptidões”.

Diz que a “verdadeira alternativa” são as turmas onde coexistem alunos com diferentes ritmos, admitindo, contudo, que isso é muito mais exigente em termos de ensino. Por isso, defende “que seja dado um apoio reforçado aos professores que trabalhem com turmas onde existe heterogeneidade”.



O número de horas que as escolas dedicam às lições de Matemática tem aumentado

Mas mesmo os eventuais efeitos negativos de uma separação de alunos por nível podem ser mitigados, por exemplo, se essas soluções forem temporárias, sustenta. E se for oferecido aos alunos em dificuldades um apoio mais personalizado.

Alerta-se ainda para este facto: para além dos esquemas do tipo “turmas de nível”, práticas como a “transferência de alunos de uma instituição para outra por causa de problemas de desempenho ou de comportamento”, ou a definição de percursos escolares com base nos conhecimentos dos alunos – encaminhando-os para cursos vocacionais ou mais académicos, conforme as competências que revelam – estão igualmente associadas a “um acesso mais desigual aos conteúdos matemáticos”.

Quase 5 horas de aulas

O relatório começa por mostrar como o número de horas que as escolas dedicam às lições de Matemática tem aumentado. A média da OCDE é de 3 horas e 38 minutos por semana, sendo em Portugal de 4 horas e 48 minutos. É uma das cargas horárias mais pesadas (aumentou cerca

de uma hora e meia desde 2003), semelhante à que existe em Singapura, cujos alunos são dos que melhor se saem nos testes do PISA de Matemática (2.º lugar na edição de 2012). Portugal está em 23.º lugar no ranking dos 34 da OCDE.

Depois, os autores do estudo mostram como os alunos de meios familiares mais desfavorecidos beneficiam, em geral, do mesmo tempo de aulas de Matemática do que os seus colegas mais favorecidos. Aí não há diferença. E, no entanto, os primeiros mostram menos familiaridade com conceitos de matemática, como “média aritmética” – apenas 20% dos mais pobres dizem conhecer este conceito bem, contra 40% dos mais privilegiados. Em Portugal o hiato é maior ainda, 9% contra 37%. Em média, sem olhar à classe social, apenas 30% compreendem bem tal conceito.

“Os alunos mais desfavorecidos são expostos a problemas de Matemática aplicada básicos, enquanto os seus pares mais favorecidos têm acesso a um ensino que os ajuda a reflectir como verdadeiros matemáticos e a adquirir uma compreensão dos concei-

tos aprofundada”, diz o relatório.

O tempo dedicado às aulas formais é importante. Mas “mais do que o tempo de instrução, são os conteúdos ensinados” que fazem a diferença na performance dos alunos quando confrontados com questões como as que lhes são colocadas no PISA, prossegue. Bem como “um bom clima disciplinar” na sala de aula.

Desinteresse e confusão

Em Portugal, os conteúdos que estão a ser ensinados têm suscitado preocupações. Esta semana, a Associação de Professores de Matemática (APM) divulgou uma carta aberta onde reforça “mais uma vez que está em total desacordo com os actuais programas e defende a sua suspensão e substituição o mais rapidamente possível”.

Ao PÚBLICO, João Pedro da Ponte, professor catedrático e presidente do Instituto de Educação, da Universidade de Lisboa, diz que há uma “grande onda de desinteresse e confusão entre os alunos portugueses”. Aponta o dedo às “mudanças curriculares intempestivas introduzidas em 2013, no sentido

de uma formalização radical” da disciplina, que têm levado, na sua opinião, “à desmotivação crescente de alunos”. E ainda às “metas curriculares definidas em 2011, metas que os professores não percebem, que foram escritas de cientistas para cientistas”.

Pedro da Ponte antecipa mesmo “um choque” no próximo PISA. Acha que os alunos testados vão revelar resultados bem piores do que em 2012.

Sobre as “turmas de nível”, lembra que “a discussão é antiga” e defende “soluções intermédias”. “Para alunos com mais capacidade pode ser vantajoso estar em turmas de alunos com mais capacidade. Mas acredito em soluções que não estigmatizem”, que sejam temporárias, e onde os mais fracos tenham acesso a apoios reforçados, como existem nas chamadas Turmas Fénix em várias escolas.

Matemática complexa

O que o relatório da OCDE vem sublinhar é que mesmo os mais fracos devem ter oportunidade de aceder à Matemática mais complexa. “A exposição a tarefas e conceitos de matemática pura (como equações lineares ou de segundo grau) está fortemente ligada à obtenção de melhores resultados nos testes do PISA”, lê-se. Já “a correlação entre a exposição dos alunos a problemas de matemática aplicada simples (como utilizar um horário de comboio para calcular quanto tempo dura o trajecto de uma estação a outra) e a sua performance no PISA é mais fraca”.

Pelo que “a simples inclusão de referências ao mundo real no ensino da Matemática não transforma um exercício de rotina num bom problema”. Ou seja, “usar problemas bem concebidos e desafiantes nas aulas de Matemática”, isso sim, “pode ter um enorme impacto na performance dos estudantes”.

A OCDE reconhece a dificuldade de ensinar alunos, sobretudo em meios mais desfavorecidos, “a desenvolver estratégias de resolução de problemas, estabelecer ligações, fazer previsões, conceptualizar”. Talvez seja preciso reformular manuais escolares, materiais de ensino e apostar “na formação específica dos professores”.

ADRIANO MIRANDA

Gestor de uma empresa multinacional
em Nova Iorque?



A **Universidade Europeia** desenvolve todo o potencial dos seus estudantes, para que eles possam ser o que sempre sonharam num mundo cada vez mais globalizado.

**QUANDO A EDUCAÇÃO NÃO TEM FRONTEIRAS,
O SUCESSO TAMBÉM NÃO.**



**Universidade
Europeia**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Preparamos profissionais para um mundo global.

Mais informações: 808 203 544 · www.europeia.pt

A Matemática também faz campeões de futebol e estrelas Michelin

A Matemática é usada em muitas áreas com que não costumamos relacioná-la. Fomos conhecer o lugar da disciplina no dia-a-dia de um treinador, um *chef* de cozinha e um engenheiro civil.

Quotidiano
Samuel Silva

20 de Março, estádio do Bessa, na cidade do Porto. Já passavam dois minutos dos 90 regulamentares quando Jonas marcou o único golo do Benfica na partida frente ao Boavista. Já em tempo de compensação, o avançado ainda tinha forças para dar aos “encarnados” mais um triunfo importante para o tri-campeonato nacional de futebol, conseguido semanas depois. “Sorte”, queixaram-se os rivais. “Matemática”, terá pensado Paulo Mourão. Foi ele o treinador-adjunto responsável pela preparação física dos jogadores durante a última época e a disciplina “está em quase tudo” no seu trabalho.

Opções como dosificar a carga de treino e substituir (ou manter em campo, como no caso de Jonas, um homem de 32 anos) um futebolista têm uma base numérica. “Temos dados objectivos que nos permitem quantificar determinados indicadores que nos ajudam à decisão”, explica Mourão, licenciado e mestre em Educação Física, que estava a fazer o Doutoramento em Fisiologia do Futebol quando o técnico-principal Rui Vitória o levou de Guimarães para o Estádio da Luz. A disciplina é também aplicada em questões de espaços ou proporções dentro do terreno de jogo, por exemplo, e há também análises baseadas em estatísticas de desempenho dos futebolistas que implicam o uso de conceitos matemáticos mais complexos a que o técnico tem muitas vezes de recorrer. Talvez por isso, algumas mudanças possam por vezes parecer estranhas aos treinadores de bancada.

Linguagem de “alta precisão”

“Não são só os aspectos físicos e fisiológicos do jogo que estão implicados, mas também questões de organização ou técnico-táticas que têm esta dimensão”, expõe o treinador-adjunto do Benfica. A Matemática está no dia-a-dia do futebol, mas também está presente noutras áreas, nalgumas das quais de formas que podem parecer mais

óbvias, como na engenharia civil ou nas tecnologias digitais; noutras, de formas menos evidentes, como pode ser disso exemplo a cozinha. A vantagem desta disciplina é que é uma “linguagem da mais alta precisão”, sintetiza António Adão da Fonseca, engenheiro civil que foi responsável pelos projectos das pontes do Infante, no Porto, ou Pedro e Inês, em Coimbra, por exemplo.

“Essa característica permite à Matemática ser usada, por exemplo, para formular uma teoria”, mas também tem um elemento “especulativo” que a torna cada vez mais utilizada em áreas como o design ou a criação artística, refere Adão da Fonseca. A Física, disciplina central para um projecto de engenharia civil como uma ponte, é também Matemática, aplicada. Portanto, a utilização de fórmulas e cálculos para garantir que uma estrutura fica de pé e resiste ao desgaste do tempo é uma parte central do trabalho de um projectista. “Mas nos projectos das pontes tive sempre de ir além do sistema decimal”, comenta. Há outras decisões que um engenheiro civil tem que tomar e que implicam conhecimentos de outras áreas mais longínquas como a estética.

“Rigor de raciocínio”

O conhecimento matemático aprofundado implica um “certo rigor de raciocínio” que agrada a este antigo professor catedrático da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Se pudesse mudar alguma coisa na sua vida, o *chef* de cozinha José Avillez teria investido mais no estudo da Matemática e da Filosofia. “Hoje considero que são as disciplinas mais importantes, porque nos ajudam muito a estruturar o pensamento”, defende o responsável pelo restaurante lisboeta Belcanto, o primeiro português a ter duas estrelas Michelin.

Em pequeno, Avillez lembra-se de fazer contas de cabeça com muita facilidade. Tornou-se “preguiçoso” na altura de passar os cálculos para o papel e o bom aluno que foi durante uns anos tornou-se “mediano”, mas quando a Matemática começou



NELSON GARRIDO



JOSE MARIA FERREIRA



de. No quotidiano dos seus restaurantes, os números são aplicados em vários domínios. Por exemplo, nas receitas, quando é necessário somar gramagens e mililitros para fazer com que um prato pensado para duas pessoas possa servir 40 clientes, é necessário ter em conta as proporções e as equivalências entre unidades de medida. “Há algumas rasteiras como na Matemática e são necessárias algumas fórmulas, que nem todos os cozinheiros dominam”, conta José Avillez. Essa precisão é particularmente importante quando se trata de pastelaria ou daquilo a que se convencionou chamar “gastronomia molecular”, na qual há pratos quem implicam pontos de gelatina ou de espessante em que 0,1 gramas de algum ingrediente fazem toda a diferença.

Um dos aspectos com que Avillez vive “obcecado” na gestão diária dos seus restaurantes é com a melhor forma de rentabilizar os recursos de que dispõe. “Tento poupar segundos, que depois podem significar minutos ou horas”, conta. É essa a forma de garantir que o prato elaborado chega no tempo exacto à mesa do cliente e com o mínimo desperdício possível. E para que isso aconteça há vários cálculos necessários e um raciocínio abstracto que tem muito de matemático, entende.

Quase sem dar por ela

Exemplos como estes mostram que os níveis de utilização quotidiana da disciplina variam em função das profissões de cada um. “Todas as pessoas têm que ter noções de percentagens, proporcionalidade e de operações simples, mas nem todos usam Matemática pesada no seu dia-a-dia”, analisa o presidente da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), Fernando Pestana da Costa. Mas há um outro domínio em que “todos somos expostos” ao seu uso, “quase sem darmos por ela”, sublinha o também professor da Universidade Aberta. Fala das tecnologias digitais, que estão presentes nos computadores, *smartphones* ou câmaras fotográficas que quase toda a gente usa quotidianamente neste momento.

Por exemplo, o algoritmo da versão mais actual do JPEG, um dos formatos de fotografia digital mais utilizado, tem por base conhecimento matemático desenvolvido nos últimos 20 a 30 anos, “o que em Matemática é o mesmo que dizer ‘ontem’”, ilustra o presidente da SPM. Só é “difícil de passar” esta

mensagem sobre a onnipresença da disciplina no nosso quotidiano, entende Pestana da Costa. Ao contrário da tecnologia do século XIX, em que qualquer um podia ver a máquina a vapor a mexer e entender o seu movimento, hoje em dia a operação dos dispositivos é invisível. “Para o cidadão comum é quase um acontecimento mágico”, elabora. Por isso, é mais fácil cativar as pessoas para a espectacularidade dos dispositivos do que explicar a ciência por detrás deles.

Cativar os estudantes

Esse é um caminho necessário para desmistificar a ideia da inutilidade da Matemática, como a que passava pela cabeça do *chef* José Avillez nos seus tempos de estudante, entende o mesmo responsável. “Às vezes é preciso concentrarmo-nos na parte abstracta da disciplina,



A Matemática está no dia-a-dia do futebol: “Não são só os aspectos físicos e fisiológicos do jogo que estão implicados, mas também questões de organização ou técnico-táticas que têm esta dimensão”, diz Paulo Mourão, treinador-adjunto do Benfica

mas é necessário manter sempre o interesse dos estudantes”, considera o presidente da SPM. Para que isso aconteça, o papel dos professores é “fundamental”. Daí que Fernando Pestana da Costa defenda que a formação contínua dos professores do ensino obrigatório devia incluir dimensões que não se limitem às questões metodológicas ou pedagógicas.

Para Pestana da Costa, os docentes de Matemática devem ter condições para fazerem uma frequente actualização científica. Só isso lhes permitirá estar a par com o que de novo está a ser estudado na sua área, de modo a poderem estabelecer paralelos com as utilizações mais quotidianas dos seus alunos ou a cativá-los com uma possível carreira de futuro. Será essa a forma de manter a ligação dos alunos com a matéria da disciplina, defende.

PUBLICIDADE

O chef Avillez à mesa: “Tento poupar segundos, que depois podem significar minutos ou horas.” Em baixo, a ponte do Infante, no Porto, do engenheiro António Adão da Fonseca, que elogia a matemática como “linguagem da mais alta precisão”

a tornar-se mais complexa. “Passei os exames nacionais do secundário mais ou menos por baixo”, recorda. Na fase em que se tomam essas decisões, em plena adolescência, “não se pensa muito” na importância das matérias que se está a aprender. “Até temos alguma arrogância de pensar que não vamos precisar daquilo para nada”, diz José Avillez. Uma frase que, nesta ou noutras versões, pais e professores ouvem com frequência dos estudantes.

Números à mesa

Essa ideia, percebe hoje o *chef* de cozinha, não corresponde à realida-

FEUP

Damos asas
ao teu talento

1º CICLO - LICENCIATURA

- Ciências de Engenharia - Engenharia de Minas e Geo-Ambiente

1º+2º CICLOS - MESTRADOS INTEGRADOS

- Bioengenharia
- Engenharia Civil
- Engenharia do Ambiente
- Engenharia Eletrotécnica e de Computadores
- Engenharia Industrial e Gestão
- Engenharia Informática e Computação
- Engenharia Mecânica
- Engenharia Metalúrgica e de Materiais
- Engenharia Química

+info: fe.up.pt/candidato

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

Prova Final de Matemática A do 12.º ano (635-1.ª fase) - Critérios de classificação do IAVE

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. a.8. (8 + 5 pontos) 40 pontos

Chave:

Item	1	2	3	4	5	6	7	8
Versão 1	C	B	B	D	D	A	C	B
Versão 2	D	C	D	B	C	D	A	A

GRUPO II

1. 15 pontos

- Escrever $-1 + \sqrt{3}i$ na forma trigonométrica 1 ponto
- Escrever um argumento de z_1 em função de θ 3 pontos
- Escrever um argumento de z_2 em função de θ 3 pontos
- Escrever um argumento de $z_1 \times z_2$ em função de θ 3 pontos
- Escrever uma condição em θ para que $z_1 \times z_2$ seja um número real (ver nota) 3 pontos
- Obter o valor de θ pertencente ao intervalo $]0, \pi[$ 2 pontos

Nota - Se for apresentada apenas a condição $\theta + \frac{2\pi}{3} = 0$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 1 ponto. Se for apresentada a condição $\theta + \frac{2\pi}{3} = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 2 pontos. Em ambas as situações, a pontuação a atribuir na etapa seguinte é 0 pontos.

2.1. 15 pontos

- Apresentar os valores da variável 2 pontos
- Determinar o valor de $P(X=1)$ 3 pontos
- Determinar o valor de $P(X=2)$ 3 pontos
- Determinar o valor de $P(X=4)$ 3 pontos
- Determinar o valor de $P(X=8)$ 3 pontos
- Apresentar a tabela pedida 1 ponto

Nota - Se uma ou mais de uma das probabilidades não forem apresentadas na forma de fração irredutível, é subtraído 1 ponto à soma das pontuações atribuídas.

2.2. 15 pontos

- Apresentar a expressão ${}^8C_3 \times 5$ ou $8 \times {}^7C_4$ ou ${}^8C_4 \times 4$ ou ${}^8C_3 \times {}^5C_4$ ou $8 \times {}^7C_3$ ou ${}^8C_4 \times {}^4C_3$ ou outra expressão equivalente, que utilize a simbologia da combinatória (ver nota) 14 pontos
 - Obter o valor pedido (280) 1 ponto
- Nota - Por cada fator incorreto ou não apresentado são descontados 7 pontos. Também são descontados 7 pontos caso seja considerada uma operação diferente da multiplicação. Se, por aplicação deste critério, o valor obtido for negativo, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

3.1. 5 pontos

- Concluir que o raio da superfície esférica é 1 2 pontos
 - Escrever a condição pedida $((x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ ou equivalente) (ver notas 1, 2 e 3) 3 pontos
- Notas:
1. Se for apresentada apenas a condição $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ (ou equivalente), a classificação a atribuir à resposta é 5 pontos.
 2. A escrita do símbolo \leq , em vez de $=$, implica uma desvalorização de 1 ponto nesta etapa.
 3. A escrita de um dos símbolos $<$, $>$ ou \geq , em vez de $=$, implica uma desvalorização de 2 pontos nesta etapa.

3.2. 10 pontos

- Determinar a abscissa e a ordenada do ponto V 4 pontos
- Escrever a equação $6 + z - 10 = 0$ (ou equivalente) 4 pontos
- Obter o valor de z 1 ponto
- Apresentar as coordenadas do ponto $V(-2, 2, 4)$ 1 ponto

3.3. 15 pontos

- Determinar as coordenadas do vetor \vec{AC} 1 ponto
- Escrever a equação $-2x + 2y + d = 0$ (ou equivalente) 2 pontos
- Determinar o valor de d 1 ponto
- Escrever uma equação do plano α 2 pontos
- Escrever o sistema $\begin{cases} -2x + 2y + 6 = 0 \\ 3y + z - 10 = 0 \end{cases}$ 3 pontos
- Escrever uma equação vetorial da reta pedida 6 pontos
- Escrever $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -z + 10 \\ z = 3 \end{cases}$ 2 pontos



ADRIANO MIRANDA

- Escrever $x - 3 = y = \frac{z - 10}{-3}$ 2 pontos
 - Obter uma equação vetorial $((x, y, z) = (3, 0, 10) + k(1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$ ou outra equação vetorial equivalente) 2 pontos
 - OU
 - Escrever $\begin{cases} x = y + 3 \\ z = -3y + 10 \end{cases}$ 2 pontos
 - Escrever as coordenadas de um ponto genérico da reta $((y + 3, y, -3y + 10))$ 2 pontos
 - Obter uma equação vetorial $((x, y, z) = (3, 0, 10) + k(1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$ ou outra equação vetorial equivalente) 2 pontos
 - OU
 - Obter as coordenadas de dois pontos da reta 2 pontos
 - Obter as coordenadas de um vetor diretor da reta 2 pontos
 - Obter uma equação vetorial $((x, y, z) = (3, 0, 10) + k(1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$ ou outra equação vetorial equivalente) 2 pontos
- 4.1. 15 pontos
- Determinar $h'(t)$ (ver nota) 3 pontos
 - Determinar os zeros de h' em $[0, 1]$ 5 pontos
 - Escrever $h'(t) = 0$ 1 ponto
 - Obter os zeros de h' em $[0, 1]$ 4 pontos
 - Apresentar um quadro de sinal de h' e de monotonia de h (ou equivalente) 2 pontos
 - Determinar $h(0)$, $h(\frac{1}{4})$, $h(\frac{3}{4})$ e $h(1)$ (1 + 1 + 1 + 1) 4 pontos
 - Obter o valor de $\mathcal{A}(1)$ 1 ponto
- Nota - Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função, a pontuação mínima a atribuir nesta etapa é 1 ponto.
- 4.2. 15 pontos
- Reproduzir o gráfico da função h no intervalo $[0, 1]$ (ver nota) 3 pontos
 - Apresentar o valor de a 3 pontos
 - Apresentar o valor de b 3 pontos
 - Obter o valor de $b - a$ (0,27) 1 ponto
 - Interpretar o valor obtido no contexto da situação descrita (No decorrer da medição, a distância do ponto P ao ponto fixo do vale foi inferior a 19,5 metros durante 0,27 minutos) 5 pontos
- Nota - Se for apresentado um gráfico que não respeite a condição $t \in [0, 1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 2 pontos.
- 5.1. 15 pontos
- Identificar p com $f'(-1)$ 4 pontos
 - Determinar o valor de p 5 pontos
 - Obter o valor de q ($-e$) 1 ponto
 - Interpretar geometricamente o valor de q (o valor de q é o declive de qualquer reta perpendicular à reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa -1) (ver notas 1 e 2) 5 pontos

Notas:

1. Se a interpretação geométrica do valor de q for incorreta, mas for evidente que foi corretamente interpretado, do ponto de vista geométrico, o valor de p , a pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 3 pontos.
2. Se for referido que q é o declive da reta perpendicular à reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa -1 , ou de qualquer outro caso particular de reta perpendicular à referida tangente, esta etapa é considerada como cumprida.

5.2. 15 pontos

- Determinar $f''(x)$ (ver nota 1) 4 pontos
- Aplicar a regra de derivação do produto 1 ponto
- Obter $f''(x)$ 3 pontos
- Determinar os zeros de f'' 5 pontos
- Escrever $f''(x) = 0$ 1 ponto
- Obter os zeros de f'' 4 pontos
- Estudar a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão 6 pontos
- Apresentar um quadro de sinal de f'' e de sentido da concavidade do gráfico de f (ou equivalente) 2 pontos
- Referir que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima em $]-\infty, -2[$ e em $]-1, +\infty[$ (ver nota 2) 1 ponto
- Referir que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo em $]-2, -1[$ (ver nota 3) 1 ponto
- Indicar as abscissas dos pontos de inflexão do gráfico da função f (-2 e -1) 2 pontos

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a segunda derivada da função, a pontuação mínima a atribuir nesta etapa é 1 ponto.
2. Se for referido que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima em $]-\infty, -2[$ e em $]-1, +\infty[$, em vez de em $]-\infty, -2[$ e em $]-1, +\infty[$, esta etapa é considerada como cumprida.
3. Se for referido que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo em $]-2, -1[$, em vez de em $]-2, -1[$, esta etapa é considerada como cumprida.

6.1. 15 pontos

- Justificar que apenas a reta de equação $x = -1$ e a reta de equação $x = 1$ podem ser assíntotas verticais do gráfico da função f 1 ponto
- Determinar $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 6 pontos
- Concluir que $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$ 3 pontos
- Obter $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ($+\infty$) 3 pontos
- Concluir que a reta de equação $x = -1$ é assíntota vertical do gráfico da função f 1 ponto
- Determinar $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 6 pontos
- Concluir que, quando x tende para 1, por valores superiores a 1, $\frac{x-1}{x+1}$ tende para 0, por valores positivos 3 pontos
- Obter $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ($-\infty$) 3 pontos
- Concluir que a reta de equação $x = 1$ é assíntota vertical do gráfico da função f 1 ponto

6.2. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Seja A o ponto da reta de abscissa a , e seja B o ponto da reta de abscissa $-a$ 1 ponto
- Escrever as coordenadas de A e as coordenadas de B , em função de a 1 ponto
- Obter o declive, m , da reta AB , em função de a 2 pontos
- Escrever a condição $y = mx + b$, com m em função de a 1 ponto
- Obter o valor de $b(0)$ 5 pontos
- Concluir o pretendido 1 ponto

2.º Processo

- Seja A o ponto da reta de abscissa a , seja B o ponto da reta de abscissa $-a$, e seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$ 1 ponto
- Escrever as coordenadas de A e as coordenadas de B , em função de a 1 ponto
- Mostrar que o ponto M é a origem do referencial 8 pontos
- Obter o valor da abscissa (0) 1 ponto
- Escrever a ordenada, em função de a $\left(\frac{\ln \frac{a-1}{a+1} + \ln \frac{-a-1}{-a+1}}{2} \right)$ 2 pontos
- Obter o valor da ordenada (0) 5 pontos
- Concluir o pretendido 1 ponto

COTAÇÕES

Grupo	Item												TOTAL
	Cotação (em pontos)												
I	1. a.8.												40
	8 x 5 pontos												
II	1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	160
	15	15	15	5	10	15	15	15	15	15	15	10	