



Plano de Estudos

Escola: Escola de Ciências e Tecnologia
Grau: Mestrado
Curso: Matemática e Aplicações (cód. 174)

Especialidade

1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07600	Elementos de Criptografia	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07601	Geometria	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07602	Lógica Matemática	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07603	Álgebra	Matemática	7.5	Semestral	195

1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07604	História da Matemática	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07605	Semigrupos	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07606	Teoria Axiomática dos Conjuntos	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07607	Álgebra Computacional	Matemática	7.5	Semestral	195

2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas I					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07608	Análise Não - Standard	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07609	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07610	Introdução à Teoria Algébrica dos Números	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07611	Lógica e Computabilidade	Matemática	7.5	Semestral	195
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				



2.º Ano - 4.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				

Condições para obtenção do Grau:

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ } newline

{ \ } newline

1.º Semestre: { \ } newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ } newline

{ \ } newline

2.º Semestre: { \ } newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ } newline

{ \ } newline

3.º Semestre: { \ } newline

2 UC optativa num total de 15 Ects { \ } newline

{ \ } newline

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação ou Relatório de Estágio, com um total de 45 ECTS, no 3.º e 4.º Semestre. { \ } newline

Especialidade

1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas I					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07612	Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07514	Delineamento e Análise de Experiências	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07600	Elementos de Criptografia	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07515	Estatística Computacional	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07601	Geometria	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07516D	Inferência Estatística	Matemática	7.5	Semestral	198
MAT07602	Lógica Matemática	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07517	Optimização Numérica	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07624	Processos Estocásticos	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07613	Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07614	Tópicos de Análise Funcional	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07603	Álgebra	Matemática	7.5	Semestral	195



1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas II						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT07537D	Análise Categórica de Dados	Matemática	7.5	Semestral	196	
MAT07615	Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	7.5	Semestral	194	
MAT07616	Cálculo das Variações	Matemática	7.5	Semestral	194	
MAT07625	Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações	Matemática	7.5	Semestral	194	
MAT07538	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	7.5	Semestral	195	
MAT07604	História da Matemática	Matemática	7.5	Semestral	195	
MAT07605	Semigrupos	Matemática	7.5	Semestral	195	
MAT07539	Sistemas Dinâmicos	Matemática	7.5	Semestral	195	
MAT07540	Séries Temporais	Matemática	7.5	Semestral	195	
MAT07606	Teoria Axiomática dos Conjuntos	Matemática	7.5	Semestral	195	
MAT07617	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	7.5	Semestral	194	
MAT07607	Álgebra Computacional	Matemática	7.5	Semestral	195	

**2.º Ano - 3.º Semestre**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas III					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07531	Amostragem em Populações Animais	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07608	Análise Não - Standard	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07534	Controlo de Qualidade e Fiabilidade	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07609	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07610	Introdução à Teoria Algébrica dos Números	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07535	Investigação Operacional	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07611	Lógica e Computabilidade	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07532	Modelos Matemáticos em Biologia	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07618	Tópicos de Análise Multívoca e Optimização	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07619	Tópicos de Análise Numérica	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07620	Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07621	Tópicos de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07622	Tópicos de Geometria Diferencial	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07623	Tópicos de Sistemas Dinâmicos	Matemática	7.5	Semestral	194
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				

2.º Ano - 4.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				



Condições para obtenção do Grau:

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ } newline

{ \ } newline

1º Semestre: { \ } newline

4 UC Optativas do Grupo I num total de 30 Ects { \ } newline

{ \ } newline

2º Semestre: { \ } newline

4 UC Optativas do Grupo II num total de 30 Ects { \ } newline

{ \ } newline

3º Semestre: { \ } newline

2 UC Optativas do Grupo III num total de 15 Ects { \ } newline

{ \ } newline

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação ou Relatório de Estágio, com um total de 45 ECTS, no 3.º e 4.º Semestre.

Especialidade

1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07514	Delineamento e Análise de Experiências	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07515	Estatística Computacional	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07516D	Inferência Estatística	Matemática	7.5	Semestral	198
MAT07624	Processos Estocásticos	Matemática	7.5	Semestral	195

1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07537D	Análise Categórica de Dados	Matemática	7.5	Semestral	196
MAT07625	Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07538	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07540	Séries Temporais	Matemática	7.5	Semestral	195

2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas I					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07531	Amostragem em Populações Animais	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07534	Controlo de Qualidade e Fiabilidade	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07535	Investigação Operacional	Matemática	7.5	Semestral	195
MAT07532	Modelos Matemáticos em Biologia	Matemática	7.5	Semestral	195



2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				

2.º Ano - 4.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				

Condições para obtenção do Grau:

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1º Semestre: { \ }newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

2º Semestre: { \ }newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

3º Semestre { \ }newline

2 UC optativa num total de 15 Ects { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação ou Relatório de Estágio, com um total de 45 ECTS, no 3.º e 4.º Semestre.

Especialidade

1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07613	Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07517	Optimização Numérica	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07612	Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07614	Tópicos de Análise Funcional	Matemática	7.5	Semestral	194

1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07615	Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07616	Cálculo das Variações	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07539	Sistemas Dinâmicos	Matemática	7.5	Semestral	195



1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07617	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	7.5	Semestral	194

2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas I					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT07618	Tópicos de Análise Multívoca e Optimização	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07619	Tópicos de Análise Numérica	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07620	Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07621	Tópicos de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07622	Tópicos de Geometria Diferencial	Matemática	7.5	Semestral	194
MAT07623	Tópicos de Sistemas Dinâmicos	Matemática	7.5	Semestral	194
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				

2.º Ano - 4.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Obrigatórias Alternativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
	Dissertação				
	Estágio				

Condições para obtenção do Grau:

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1º Semestre: { \ }newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

2º Semestre: { \ }newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

3º Semestre: { \ }newline

2 UC optativa num total de 15 Ects { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação ou Relatório de Estágio, com um total de 45 ECTS, no 3.º e 4.º Semestre.



Condições para obtenção do Grau:

ÁREA DE ESPECIALIZAÇÃO EM ÁLGEBRA E LÓGICA: { \ }newline

{ \ }newline

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1^o Semestre: { \ }newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

2^o Semestre: { \ }newline

4 UC obrigatórias num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

3^o Semestre: { \ }newline

2 UC optativa num total de 15 Ects { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação ou Relatório de Estágio, com um total de 45 ECTS, no 3.^o e 4.^o Semestre. { \ }newline

{ \ }newline

ÁREA DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA E APLICAÇÕES: { \ }newline

{ \ }newline

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1^o Semestre: { \ }newline

4 UC Optativas do Grupo I num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

2^o Semestre: { \ }newline

4 UC Optativas do Grupo II num total de 30 Ects { \ }newline

{ \ }newline

3^o Semestre: { \ }newline

2 UC Optativas do Grupo III num total de 15 Ects { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação ou Relatório de Estágio, com um total de 45 ECTS, no 3.^o e 4.^o Semestre. { \ }newline

{ \ }newline



Conteúdos Programáticos

[Voltar](#)

Elementos de Criptografia (MAT07600)

Inteiros
Congruências e Anéis das classes residuais
Introdução aos sistemas criptográficos
Criptografia simétrica e assimétrica
Criptoanálise
Permutações
Blocos de cifras
Encriptação múltipla
Cifras afins
Criptoanálise em blocos de cifras lineares afins
Probabilidade e segredo perfeito
Cifras de Feistel
Algoritmo DES (segurança)
Geradores de números primos
Cifras de chave pública (RSA, Diffie-Hellman, ElGamal)
Aplicações (projetos)

[Voltar](#)

Geometria (MAT07601)

- Geometria elementar moderna (desenvolvimentos da geometria euclidiana posteriores a Euclides). {\}
- Transformações geométricas, isometrias e semelhanças. {\}
- Simetria e sua relação com a arte e arquitetura. {\}
- Geometria projectiva e evolução da perspectiva na pintura.

[Voltar](#)

Lógica Matemática (MAT07602)

1. Lógica proposicional.

1.1. Sintaxe e Semântica. Dedução e implicação lógica.

1.2. Metateoremas de Validade e de Completude, consistência, compatibilidade.

1.3. Propriedades fundamentais da Lógica proposicional: interpolação, compacidade, decidibilidade.

2. Lógica de primeira ordem.

2.1. Sintaxe, dedução. Semântica, modelos, implicação lógica.

2.2. Metateoremas de Validade e de Completude, compacidade e teorema de Löwenheim-Skolem.

2.3. Aplicações: raciocínios formais e informais, modelos não-standard da Aritmética.



[Voltar](#)

Álgebra (MAT07603)

Anéis

Grupos finitos

Módulos $\{\backslash\}$ newline

$\{\backslash\}$ newline

Corpos e suas extensões. $\{\backslash\}$ newline

$\{\backslash\}$ newline

Corpos de decomposição. $\{\backslash\}$ newline

$\{\backslash\}$ newline

Teoria de Galois. $\{\backslash\}$ newline

$\{\backslash\}$ newline

$\{\backslash\}$ newline

[Voltar](#)

História da Matemática (MAT07604)

idênticos aos publicados nos anos anteriores

[Voltar](#)

Semigrupos (MAT07605)

Grupos comutativos finitamente gerados.

Monóides cancelativos finitamente gerados.

Semigrupos numéricos: apresentação minimal e limites superiores da cardinalidade.

Semigrupos numéricos irredutíveis.

[Voltar](#)

Teoria Axiomática dos Conjuntos (MAT07606)

1. A linguagem e os axiomas da teoria axiomática dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel

2. Boas-ordens e ordinais (segundo Von Neumann): indução e recorrência transfinitas. Ordinais finitos (números naturais) e infinitos. Aritmética ordinal.

3. Hierarquia cumulativa de Von Neumann.

4. Numerabilidade e não numerabilidade. Cardinais. Aritmética cardinal. O problema do contínuo de Cantor. Conjuntos perfeitos. Teorema de Cantor-Bendixson.

5. Axioma da escolha e algumas consequências.

6. Hipótese do contínuo.

[Voltar](#)

Álgebra Computacional (MAT07607)

0- Preliminares 1-Geometria, Álgebra e Algoritmos. Polinómios e Espaço Afim, Variedade Afim, Parametrização de Variedades Afim, Ideais, Polinómios numa variável. 2- Bases de Groebner. Preliminares, Ordens monomiais, Algoritmo da Divisão, Ideais monomiais e Lema de Dickson, Teorema de Hilbert e Bases de Groebner, Algoritmo de Buchberger, Primeiras aplicações das bases de Groebner. 3- Teoria da eliminação. Eliminação e Teorema da extensão, Geometria da eliminação, Representação implícita duma variedade afim, Pontos singulares, Factorização única e resultantes, Resultantes e teorema da extensão. 4- Programação inteira.



[Voltar](#)

Análise Não - Standard (MAT07608)

1. Axioma de existência de números não-standard. Números infinitesimais, limitados e infinitamente grandes, regras de cálculo de Leibniz. 2. Conjuntos internos e externos, princípios de permanência. 3. Indução externa. 4. Análise com números infinitesimais, noções não-standard de regularidade de funções: S-continuidade, S-derivabilidade, S-integrabilidade. Ordens de grandeza, mudanças de escala. Um dos tópicos especiais: perturbações singulares, aproximações assintóticas, discretizações infinitesimais.

[Voltar](#)

Introdução à Geometria Algébrica (MAT07609)

Generalidades sobre curvas algébricas reais, álgebra polinomial e espaços projectivos. $\{\backslash\}$ newline
Cónicas e outras curvas afins. Singularidades e tangentes. $\{\backslash\}$ newline
Curvas racionais afins e projectivas. Singularidades, tangentes, equivalência. $\{\backslash\}$ newline
Variedades afins, Nullstellensatz. $\{\backslash\}$ newline
Variedades projectivas. $\{\backslash\}$ newline

[Voltar](#)

Introdução à Teoria Algébrica dos Números (MAT07610)

1. A ideia de inteiro
2. A ideia de factorização única
3. A ideia de "local" e "global"
4. A ideia da teoria dos corpos de classes
5. A ideia de análise harmónica em Teoria dos Números
6. A ideia de "função zeta" em Teoria dos Números
7. Ideias de geometria contemporânea em Teoria dos Números

[Voltar](#)

Lógica e Computabilidade (MAT07611)

Algoritmos e computabilidade efectiva. Máquinas de Turing. Tese de Turing.
Funções numéricas recursivas primitivas. Codificação. Diagonalização.
Minimização. Funções recursivas parciais. Conjuntos recursivamente enumeráveis. Conjuntos Diofantinos. Problema da paragem e outros problemas indecidíveis. Teorias formais. Axiomatização da lógica de 1ª ordem. Teorias Aritméticas e seus modelos. Representabilidade. Teorema da Forma Normal. Aritmetização da sintaxe. Indecidibilidade e Incompletude. Teoremas de Gödel, Church e Tarski. Hierarquias aritmética e analítica.

[Voltar](#)

Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais (MAT07612)

Elementos de Análise Convexa
Derivação genérica
Análise Proximal
Análise de funções localmente lipschitzianas
Análise Multívoca: Calculo Diferencial e Integral
Inclusões Diferenciais
Viability Theory
Aplicações em Controlo Óptimo



[Voltar](#)

Delineamento e Análise de Experiências (MAT07514)

Método científico e delineamento de experiências.

Modelos de análise de variância de efeitos fixos e de efeitos aleatórios (simples, multifactoriais e mistos). Modelos hierárquicos (nested) e Split-Plot. Comparações múltiplas. Blocos completos e incompletos. Quadrados latinos. Alternativas não paramétricas. Modelo de regressão linear simples e múltipla (estimação, inferência, predição, adequabilidade e validação de pressupostos). Diagnóstico da regressão para observações influentes, outliers, autocorrelação e multicolinearidade. Seleção de modelos.

Análise de covariância.

Regressão não linear.

[Voltar](#)

Estatística Computacional (MAT07515)

Programa:

Introdução à linguagem de programação R

Geração de NPA's (Números Pseudo-Aleatórios)

Métodos de Monte Carlo em Inferência Estatística

Métodos de Reamostragem Bootstrap, Jackknife

Métodos MCMC (Markov Chain Monte Carlo)

Estimação MV e o algoritmo EM

[Voltar](#)

Inferência Estatística (MAT07516D)

Conceitos fundamentais de probabilidade (medida e probabilidade, vectores aleatórios, distribuições marginais e condicionadas, valores esperados, funções geradoras e características, funções de vectores aleatórios e transformações).

Revisão das distribuições discretas e contínuas e suas propriedades. Família exponencial de distribuições. Distribuição multinomial e multinomial.

Convergências estocásticas e teoremas limite.

Amostragem e principais distribuições amostrais.

Estimação pontual. Métodos de estimação (de momentos, máxima verosimilhança, mínimos quadrados e bayesianos). Propriedades dos estimadores. Limite Inferior de Crámer-Rao. Comportamento assintótico. Robustez.

Estimação intervalar. Métodos de obtenção de estimadores intervalares. Propriedades. Abordagem clássica e bayesiana.

Testes de hipóteses. Erros de primeira e segunda espécie, potência. Dualidade. Métodos de obtenção de testes. Testes de razão de verosimilhanças.

Propriedades dos testes. Teorema de Neyman-Pearson, testes uniformemente mais potentes. Comportamento assintótico. Robustez. Abordagem clássica e bayesiana.

Testes Não Paramétricos.



[Voltar](#)

Otimização Numérica (MAT07517)

Elementos da Análise Convexa. Métodos de otimização não-linear sem e com restrições. Regularização. Otimização multiobjetivo. Otimização global. Algoritmos genéticos e evolutivos. Aplicações aos problemas de Controlo Óptimo. Derivação automática.

[Voltar](#)

Processos Estocásticos (MAT07624)

Conceitos gerais sobre Processos Estocásticos

Martingalas e aplicações

Cadeias de Markov em tempo discreto

Conceitos gerais sobre séries temporais

Processo de Poisson homogéneo e não homogéneo.

Processo de Poisson Composto

Processos de nascimento e morte

Introdução às filas de espera

Processos de renovamento

Métodos de simulação de Monte Carlo

Algumas aplicações dos processos estudados.

[Voltar](#)

Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias (MAT07613)

Program

Introduction:

Analytic and geometric views. Revision of first and second linear differential equations with constant coefficients. Independent solutions, dimension and the space of solutions.

Elementary methods of integration:

Exact differential equations of first order. Separation of variables. Bernoulli and Jacobi type equations. Examples and exercises.

Euler equation. Integrating factors. Darboux equation. Geometric analysis of orthogonal trajectories. Homogeneous polynomials. Equations in two variables. Examples and exercises.

Second order differential equations:

Linear equations with constant and variable coefficients, homogeneous and inhomogeneous equations. Cauchy-Euler equations, power series solutions. Reduction of order. Variation of parameters. Boundary value problems. Examples and exercises.

Existence and uniqueness theorems for differential equations of first order:

General conditions. The method of successive approximations. Observations. Singular points. Examples and exercises.

Systems of differential equations:

Systems of linear differential equations of first order. Theorem of existence of solutions for vector functions. Application: Existence theorem for linear differential equations of any order. Examples and exercises.

Two and three dimensional linear systems:

Solutions, orbits, linear orbits. The eigenvalue problem. Initial conditions. Stability. Examples and exercises.

The Laplace transform:

Main properties. Effect of convolution on the Laplace transform. Linear equations and discontinuous sources. Examples and exercises.



[Voltar](#)

Tópicos de Análise Funcional (MAT07614)

Escolher matéria entre os tópicos seguintes: 1. Teoria das distribuições. Espaços de Sobolev. Teoremas de imersão. 2. Semigrupos de operadores lineares. Teorema de Hille-Yosida. Operadores monótonos. 3. Teoria de Leray-Schauder de grau topológico. Operadores não lineares. Pontos fixos. 4. Teoria espectral de operadores lineares em espaços de Hilbert.

[Voltar](#)

Análise Categórica de Dados (MAT07537D)

Tabelas de contingência.

Medidas de correlação para variáveis com diferentes níveis de medição.

Caracterização de um modelo linear generalizado.

Seleção do modelo e funções de ligação. Seleção de variáveis.

Qualidade do ajustamento, análise de resíduos e Inferência (estimação e testes de hipóteses).

Modelos discretos e modelos contínuos: Logístico (binomial, ordinal e multinomial), Poisson, Binomial-Negativo, Gama, Lognormal.

Introdução às Equações de Estimação Generalizadas.

Introdução à Regressão não paramétrica (splines e kernel).

Outros tópicos de modelação de dados categóricos.

[Voltar](#)

Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais (MAT07615)

Modelação numérica da dinâmica de fluídos: Modelos matemáticos de fluídos Newtonianos e a sua análise.

Discretização de equações diferenciais parciais 1D, 2D.

Método dos elementos finitos.

Malhas computacionais. Malhas uniformes e não uniformes. Geração de malhas computacionais.

Métodos numéricos para a resolução de sistemas de equações.

Integração numérica.



[Voltar](#)

Cálculo das Variações (MAT07616)

1. Introdução.
2. Problemas clássicos e métodos indirectos.
 - 2.1. A equação de Euler-Lagrange e outras condições necessárias que os minimizantes têm de satisfazer.
 - 2.2. Calibradores e condições suficientes para garantir a existência de minimizantes.
 - 2.3. Exemplos de problemas clássicos de minimização de integrais.
3. O método directo para integrais simples.
 - 3.1. Espaços de Sobolev em dimensão 1.
 - 3.2. Funções absolutamente contínuas.
 - 3.3. A semicontinuidade inferior implica a convexidade.
 - 3.4. A convexidade implica a semicontinuidade inferior.
 - 3.5 Existência de minimizantes em espaços de Sobolev.
 - 3.6. Introdução à teoria da regularidade dos minimizantes.
 - 3.7. A equação de DuBois-Reymond sob hipóteses mínimas.
 - 3.8. Integrais com crescimento linear e homogeneidade positiva.
 - 3.9. Integrais paramétricos.
4. Integrais vectoriais: Quasiconvexidade, Policonvexidade, Convexidade Característica-1.
 - 4.1. A equação de Euler-Lagrange.
 - 4.2. A semicontinuidade para campos escalares implica a convexidade.
 - 4.3. A Quasiconvexidade, a Policonvexidade e a Convexidade Característica-1.
 - 4.4 A semicontinuidade inferior e a Quasiconvexidade.

[Voltar](#)

Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações (MAT07625)

Introdução às Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações:

Processo de Wiener e processos de difusão. Integrais estocásticos. Esboço da construção do integral de Itô. Uso do teorema de Itô. Referência ao integral de Stratonovich. Teoremas de existência e unicidade para equações diferenciais estocásticas (EDEs). Soluções fortes e fracas. Fórmulas de Dynkin e de Feynman-Kac. Classificação de fronteiras em processos de difusão unidimensionais. Tempos de primeira passagem. Soluções estacionárias de EDEs unidimensionais. Ergodicidade. Simulação de Monte Carlo de EDEs.

Aplicações Biológicas de Equações Diferenciais Estocásticas:

O integral de Stratonovich, relações com o integral de Itô e usos em aplicações. Aplicações biológicas em dinâmica de populações e em crescimento de seres vivos ou de tecidos biológicos em ambiente aleatório. Estudo de extinção e de tempos de extinção. Existência de densidades estacionárias. Estudo qualitativo e quantitativo (se necessário por simulação) das soluções. Problemas de optimização na gestão de recursos naturais renováveis. Comparação com modelos baseados em processos de nascimento e morte (aleatoriedade demográfica) e aproximações destes por EDE. Aplicações à genética de populações. Questões estatísticas nas EDEs, com ênfase na estimação e previsão.



[Voltar](#)

Estatística de Dados Multivariados (MAT07538)

1. Introdução à Estatística Multivariada (EM). Técnicas de Dependência e de Interdependência. Extensões.
2. Análise exploratória de dados multivariados
3. Análise de Componentes Principais
4. Análise Factorial Exploratória versus Análise Factorial Confirmatória
5. Análise de Clusters
6. Análise Discriminante
7. Tópicos em Modelos de Equações Estruturais

[Voltar](#)

Sistemas Dinâmicos (MAT07539)

1. Funções do intervalo no intervalo e do círculo no círculo
 - 1.1. Exemplos de sistemas dinâmicos
 - 1.2. Noções
 - 1.3. Hiperbolicidade
 - 1.4. Dinâmica simbólica
 - 1.5. Conjugação topológica
 - 1.6. Caos
 - 1.7. Estabilidade estrutural
 - 1.8. Teorema de Sharkovsky
 - 1.9. Bifurcação
 - 1.10. Invariantes topológicos
 - 1.11. Teoria do amassamento de Milnor e Thurston
 - 1.12. Renormalização
 - 1.13. Aplicações
2. Iteração de funções complexas
 - 2.1. Preliminares de Análise Complexa
 - 2.2. Famílias normais
 - 2.3. Pontos periódicos
 - 2.4. Conjuntos de Júlia
 - 2.5. Conjuntos de Mandelbrot
 - 2.6. Aplicações

[Voltar](#)

Séries Temporais (MAT07540)

1. Introdução ao estudo das séries temporais e dos processos Estocásticos
2. Processos lineares: Processos ARMA, ARIMA e SARIMA
3. Processos não lineares: Processos ARCH e GARCH
4. Modelos de Regressão Temporal Dinâmica
5. Modelação em R dos diversos tipos de fenómenos temporais. Aplicação a dados reais.

[Voltar](#)

Teoria de Equações Diferenciais Parciais (MAT07617)

1. Classificação de EDPs lineares e formas canónicas (paradigmas elítico, parabólico e hiperbólico)
2. Método de Separação de Variáveis (eqs. do Calor, Ondas e Potencial), problemas de valores iniciais e de valores fronteira
3. Teoria de Sturm-Liouville, Transformação de Laplace e Cálculo Simbólico
4. Problemas bem/mal-postos
5. Formulação Variacional e Soluções Fracas (Teoria de Lax-Milgram)
6. A Equação de Burgers e a Transformação de Fourier, Métodos de energia e entropia
7. A Equação de Fick e a Equação de Black-Scholes.



[Voltar](#)

Amostragem em Populações Animais (MAT07531)

- Elementos de inferência estatística e de amostragem em populações finitas.
- Estimação da abundância em populações animais.
- Amostragem por distâncias, por captura-recaptura e combinação de modelos.
- Estimação de outros parâmetros demográficos (taxas de sobrevivência, recrutamento, probabilidades de transição, taxas de migração).
- Estimação de parâmetros em dinâmica de comunidades ecológicas.

[Voltar](#)

Controlo de Qualidade e Fiabilidade (MAT07534)

Controlo por variáveis e por atributos. Diferentes tipos de cartas.
Análise de Capacidade do Processo. Processos 6-sigma.
Capacidade do sistema de medição. Exactidão e precisão. Repetibilidade e reprodutibilidade.
Amostragem por Aceitação. Diferentes planos de amostragem. Tabelas MIL STD.
Métodos de amostragem em controlo de qualidade.
Fiabilidade e sobrevivência.
Sistemas em Série e em Paralelo.
Modelos paramétricos e semi-paramétricos de modelação do risco.
Políticas de inspecção de sistemas.

[Voltar](#)

Investigação Operacional (MAT07535)

Programação linear e não linear: Aplicações, Simplex revisto; métodos do ponto interior. Programação Linear Inteira e Mista: aplicações, métodos de Ramificação e Limite. Programação Não Linear: aplicações, condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), métodos evolutivos e genéticos. Optimização em Redes e Grafos, Gestão de Stocks e de Projectos: Grafos: Aplicações, Definições, Representação Matricial. Árvores. Problemas de fluxos e de localização. Gestão de Projectos (Pert/CPM). Gestão de Stocks. Sistemas de Apoio à Decisão: Valor Esperado da Informação Perfeita: Árvores de decisão. Função Utilidade. Análise Multicritério
- Multiatributo e Multiobjectivo. Teoria dos Jogos.

[Voltar](#)

Modelos Matemáticos em Biologia (MAT07532)

Introdução aos ecossistemas e à modelação de populações
Modelos matemáticos de crescimento populacional
Introdução aos modelos genéticos de populações diploides
Modelos de utilização de recursos biológicos renováveis
Modelos estruturados de população
Modelos matemáticos de ecossistemas (competição, predação, outras interações)
Modelos epidemiológicos determinísticos
Introdução à estimação de parâmetros demográficos de populações



[Voltar](#)

Tópicos de Análise Multívoca e Optimização (MAT07618)

1. Optimização em espaços funcionais: Problemas e métodos indirectos clássicos; equação de Euler-Lagrange.
2. O método directo para integrais simples: funções absolutamente contínuas, semicontinuidade inferior sequencial, convexidade.
3. Existência e regularidade de minimizantes.
4. A inclusão diferencial de DuBois-Reymond.
5. Integrais positivamente homogéneos, reparametrizações duma curva.
6. A semicontinuidade para integrais vectoriais: Q-, P-, R-convexidade.
7. Problemas de controlo óptimo. Princípio do máximo de Pontriaguine.
8. Inclusões diferenciais (ID): Problema de Cauchy para ID. Vários tipos de soluções. ID e sistemas de controlo. ID com segundo membro convexo contínuo. Polígonos de Euler. ID com segundo membro lipschitziano. Teorema de Filippov-Gronwall. ID com segundo membro não convexo semicontínuo inferiormente. Método de selecções contínuas e de ponto fixo. Propriedades topológicas de conjuntos de soluções de ID.

[Voltar](#)

Tópicos de Análise Numérica (MAT07619)

Representação de números em máquinas de computação. Erros absolutos e relativos. Problemas bem e mal condicionados.

Diferenciação, integração e interpolação. Cálculo de derivadas de qualquer ordem. Fórmulas de quadratura, métodos adaptativos. Erros numéricos associados. Interpolação de Lagrange, Hermite e continuidade Ck Splines e NURBS. Interpolação de curvas, superfícies e volumes. Erros de interpolação.

Resolução de sistemas de equações lineares e não-lineares. Métodos directos e iterativos para sistemas lineares. Métodos para matrizes esparsas, cheias e sistemas de grande dimensão. Métodos de Newton e quasi-Newton para sistemas não lineares.

Equações diferenciais. Aproximação de funções. O método das diferenças finitas. Métodos de integração no tempo (Runge-Kutta, multipasso, Newmark, ...) O método dos elementos finitos.

Optimização. Optimização sem restrições. Condições necessárias do extremo. Métodos para funções de uma variável. Métodos para funções de várias variáveis: algoritmos sem uso e com uso de derivadas. Optimização com restrições. Condições de optimalidade e multiplicadores de Lagrange. Método do ponto interior. Optimização multi-objectivo. Optimização global. Algoritmos genéticos. Problemas de Controlo Óptimo.

[Voltar](#)

Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias (MAT07620)

Elementos de Análise Convexa: funções e conjuntos convexos, função polar, função bipolar, subdiferencial.

Generalização do conceito de equação diferencial ordinária: inclusão diferencial.

Aplicações ao Cálculo das Variações - condições necessárias para existência de mínimo para integrais simples:

- generalização da equação diferencial de Euler-Lagrange: a inclusão diferencial de Euler-Lagrange;
- generalização da equação diferencial de Dubois-de Dubois-Reymond: a inclusão diferencial de Dubois-de Dubois-Reymond (para domínios abertos);
- a inclusão diferencial de Dubois-Raymond para integrais autónomos e domínios arbitrários.



[Voltar](#)

Tópicos de Equações Diferenciais Parciais (MAT07621)

Problemas de evolução: a equação do calor e a equação das ondas.

Modelação de problemas de evolução (leis de conservação).

Modelos lineares versus não-lineares.

[Voltar](#)

Tópicos de Geometria Diferencial (MAT07622)

3 tópicos essenciais estarão disponíveis:

- Geometria Complexa ou Algébrica: introdução à análise em várias variáveis complexas, operadores diferenciais complexos, exemplos (variedades projectivas, espaços simétricos), teoria dos feixes, teoria de Hodge
- Geometria Riemanniana: introdução, cálculo tensorial, teoria de representação do grupo ortogonal, variedades de dimensão 4, propriedades métricas
- Geometria Simplética: variedades simpléticas, teoria dos campos hamiltonianos e variedades de Poisson, acções sympléticas de grupos, a "aplicação momentum"

[Voltar](#)

Tópicos de Sistemas Dinâmicos (MAT07623)

Sistemas dinâmicos em grafos. Operador de Perron-Frobenius-Ruelle.

Invariantes topológicos espectrais.

Grupos Fuchsianos, grupos Kleinianos. Acção de grupos discretos no espaço hiperbólico.

Álgebras de operadores associadas a sistemas dinâmicos discretos.

Problemas de fronteira não lineares para as equações às derivadas parciais.

Invariantes topológicos, auto-semelhança e renormalização.

Teoria da renormalização em sistemas dinâmicos.