



Plano de Estudos

Escola: Instituto de Investigação e Formação Avançada
Grau: Programa de Doutoramento
Curso: Matemática (E-Learning) (cód. 585)

Especialidade Álgebra e Lógica

1.º Ano - 1.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11688D	Seminário	Matemática	12	Anual	312
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11685D	Lógica	Matemática	6	Semestral	156
MAT11686D	Complementos de Álgebra	Matemática	6	Semestral	156
MAT10149D	Teoria de Jogos Combinatórios	Matemática	6	Semestral	156
MAT11687D	Teoria de Números e Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					

1.º Ano - 2.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11689D	Geometria	Matemática	6	Semestral	156
MAT10150D	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10145D	Semigrupos	Matemática	6	Semestral	156
MAT10146D	Álgebra Computacional	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					

2.º Ano - 3.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10147D	Sistemas Complexos	Matemática	6	Semestral	156
MAT10148D	Análise Não-Standard	Matemática	6	Semestral	156
Optativa Livre					



2.º Ano - 3.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

2.º Ano - 4.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

3.º Ano - 5.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

3.º Ano - 6.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

4.º Ano - 7.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

4.º Ano - 8.º Semestre
Especialidade Álgebra e Lógica

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
--------	------	-----------------	------	---------	-------

Especialidade Análise

1.º Ano - 1.º Semestre
Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11688D	Seminário	Matemática	12	Anual	312

Grupo de Optativas

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11690D	Tópicos de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT11691D	Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT11692D	Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
MAT11693D	Redes Dinâmicas	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					



1.º Ano - 2.º Semestre

Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT11694D	Otimização e Controlo Ótimo	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11695D	Tópicos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11696D	Análise Funcional Não Linear e Aplicações	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11697D	Tópicos de Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156	
Optativa livre						

2.º Ano - 3.º Semestre

Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT11698D	Equações Diferenciais Funcionais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11699D	Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11700D	Tópicos de Geometria Diferencial e Topologia	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11701D	Cálculo das Variações	Matemática	6	Semestral	156	
Optativa livre						
Tese						

2.º Ano - 4.º Semestre

Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

3.º Ano - 5.º Semestre

Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

3.º Ano - 6.º Semestre

Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						



4.º Ano - 7.º Semestre
Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

4.º Ano - 8.º Semestre
Especialidade Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

Especialidade Estatística

1.º Ano - 1.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11688D	Seminário	Matemática	12	Anual	312
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11702D	Tópicos Avançados de Amostragem	Matemática	6	Semestral	156
MAT11703D	Tópicos Avançados de Investigação Operacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT11704D	Tópicos Avançados de Processos Estocásticos	Matemática	6	Semestral	156
MAT11705D	Tópicos de Estatística Computacional	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					

1.º Ano - 2.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11706D	Tópicos Avançados de Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156
MAT11707D	Tópicos Avançados de Estatística Multivariada	Matemática	6	Semestral	156
MAT11708D	Tópicos de Modelação Espaço-Temporal	Matemática	6	Semestral	156
MAT11709D	Tópicos de Análises de Dados Categóricos	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					



2.º Ano - 3.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT11710D	Tópicos de Modelação Estatística	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10180D	Modelos de Equações Estruturais	Matemática	6	Semestral	156	
Optativa livre						
Tese						

2.º Ano - 4.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

3.º Ano - 5.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

3.º Ano - 6.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

4.º Ano - 7.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

4.º Ano - 8.º Semestre
Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Tese						

Especialidade Matemática e Aplicações

1.º Ano - 1.º Semestre
Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT11688D	Seminário	Matemática	12	Anual	312	



1.º Ano - 1.º Semestre
Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11685D	Lógica	Matemática	6	Semestral	156
MAT11686D	Complementos de Álgebra	Matemática	6	Semestral	156
MAT10149D	Teoria de Jogos Combinatórios	Matemática	6	Semestral	156
MAT11687D	Teoria de Números e Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
MAT11690D	Tópicos de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT11691D	Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT11692D	Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
MAT11693D	Redes Dinâmicas	Matemática	6	Semestral	156
MAT11702D	Tópicos Avançados de Amostragem	Matemática	6	Semestral	156
MAT11703D	Tópicos Avançados de Investigação Operacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT11704D	Tópicos Avançados de Processos Estocásticos	Matemática	6	Semestral	156
MAT11705D	Tópicos de Estatística Computacional	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					



1.º Ano - 2.º Semestre
Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT11689D	Geometria	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10150D	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10145D	Semigrupos	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10146D	Álgebra Computacional	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11694D	Otimização e Controlo Ótimo	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11695D	Tópicos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11696D	Análise Funcional Não Linear e Aplicações	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11697D	Tópicos de Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11706D	Tópicos Avançados de Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11707D	Tópicos Avançados de Estatística Multivariada	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11708D	Tópicos de Modelação Espaço-Temporal	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11709D	Tópicos de Análises de Dados Categóricos	Matemática	6	Semestral	156	
Optativa livre						

2.º Ano - 3.º Semestre
Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT10147D	Sistemas Complexos	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10148D	Análise Não-Standard	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11698D	Equações Diferenciais Funcionais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11699D	Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11700D	Tópicos de Geometria Diferencial e Topologia	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11701D	Cálculo das Variações	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11710D	Tópicos de Modelação Estatística	Matemática	6	Semestral	156	
Optativa livre						
Tese						



2.º Ano - 4.º Semestre

Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

3.º Ano - 5.º Semestre

Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

3.º Ano - 6.º Semestre

Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

4.º Ano - 7.º Semestre

Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

4.º Ano - 8.º Semestre

Especialidade Matemática e Aplicações

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					



Condições para obtenção do Grau:

Área de Especialização em ÁLGEBRA E LÓGICA: { \ }newline

{ \ }newline

Para aprovação na componente curricular nesta especialização deste programa de doutoramento é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1^o e 2^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 60 ECTS, dos quais um mínimo de 30 ECTS de entre as UC deste 1^o ano específicas deste perfil. As restantes UC's serão optativas livres de entre as restantes UC's do 1^o ano do curso. { \ }newline

{ \ }newline

3^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 12 ECTS de entre as UC's deste 2^o ano específicas deste perfil. { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário a aprovação da Tese com o total de 168 ECTS no 2^o, 3^o e 4^o Ano { \ }newline

{ \ }newline

Área de Especialização em ANÁLISE: { \ }newline

{ \ }newline

Para aprovação na componente curricular nesta especialização deste programa de doutoramento é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1^o e 2^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 60 ECTS, dos quais um mínimo de 30 ECTS de entre as UC deste 1^o ano específicas deste perfil. As restantes UC's serão optativas livres de entre as restantes UC's do 1^o ano do curso. { \ }newline

{ \ }newline

3^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 12 ECTS de entre as UC's deste 2^o ano específicas deste perfil. { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário a aprovação da Tese com o total de 168 ECTS no 2^o, 3^o e 4^o Ano { \ }newline

{ \ }newline

Área de Especialização em ESTATÍSTICA: { \ }newline

{ \ }newline

Para aprovação na componente curricular nesta especialização deste programa de doutoramento é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1^o e 2^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 60 ECTS, dos quais um mínimo de 30 ECTS de entre as UC deste 1^o ano específicas deste perfil. As restantes UC's serão optativas livres de entre as restantes UC's do 1^o ano do curso. { \ }newline

{ \ }newline

3^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 12 ECTS de entre as UC's deste 2^o ano específicas deste perfil. { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário a aprovação da Tese com o total de 168 ECTS no 2^o, 3^o e 4^o Ano { \ }newline

{ \ }newline

Área de Especialização em MATEMÁTICA E APLICAÇÕES: { \ }newline

{ \ }newline

Para aprovação na componente curricular nesta especialização deste programa de doutoramento é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares: { \ }newline

{ \ }newline

1^o e 2^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 60 ECTS de entre as UC's deste 1^o ano específicas deste perfil. { \ }newline

{ \ }newline

3^o Semestre { \ }newline

- O aluno seleccionará 12 ECTS de entre as UC's deste 2^o ano específicas deste perfil. { \ }newline

{ \ }newline

Para obtenção do grau, é necessário a aprovação da Tese com o total de 168 ECTS no 2^o, 3^o e 4^o Ano

Conteúdos Programáticos



[Voltar](#)

Seminário (MAT11688D)

Serão convidados docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UE, preferencialmente mas não exclusivamente, a divulgarem as suas áreas de trabalho e/ou investigação.

[Voltar](#)

Lógica (MAT11685D)

I. Sintática da Lógica Proposicional e da Lógica de Primeira Ordem.

II. Introdução da teoria de modelos.

2.1. Construção do modelo de termos.

2.2. Satisfação, definibilidade.

2.3. Compacidade, Teorema de Löwenheim-Skolem, funções de Skolem.

2.4. Homomorfismos, subestruturas, modelos isomorfos.

2.5. Modelos elementarmente equivalentes.

2.6. Saturação.

III Aplicações na Matemática Não Standard e/ou nas Estruturas O-minimais.

Matemática Não Standard:

3.1. Ultrafiltros e ultrapotências.

3.2. O teorema de equivalência elementar de \aleph_1 os.

3.3. Consistência de axiomáticas não standard.

Estruturas O-minimais:

3.4. Construção de modelos o-minimais.

3.5. Exemplos de teorias o-minimais.

3.6. Aplicações da o-minimalidade na análise, álgebra e/ou topologia.

[Voltar](#)

Complementos de Álgebra (MAT11686D)

Corpos e extensões de corpos. Extensões simples e grau de uma extensão. Normalidade e separabilidade.

Teoria de Galois. Aplicações às construções de régua e compasso. Impossibilidade de problemas clássicos.

[Voltar](#)

Teoria de Jogos Combinatórios (MAT10149D)

1. Perspectiva histórica sobre a(s) teoria(s) matemática(s) de jogos

2. Génese e notação matemática em TJC: A construção de Conway

3. Soma disjuntiva: Grupo de Conway

4. Forma canónica de um jogo: Redução por dominação e redução por reversibilidade

5. Números diáticos: Teorema do diático mais simples

6. Análise de jogos imparciais: Números e o Teorema de Sprague-Grundy

7. Jogos Quentes: Interruptores e o conceito de temperatura

8. Infinitesimais: Conceito de peso atómico

9. Princípio da translação: Interpretação da «recta» dos jogos finitos



[Voltar](#)

Teoria de Números e Criptografia (MAT11687D)

1. Introdução

Os objectivos, Noção de cifra simétrica, Noção de criptografia de chave públicas: cifras, assinaturas e protocolos.

2. Teoria dos números em criptografia. Divisibilidade, Números primos e factorização, Congruências e classes resíduos nos Anéis, Função de Euler-Phi, "pequeno" Teorema de Fermat e Teorema Chinês dos Restos, Grupos Cíclicos e Logaritmos discretos.

3. Cifras Simétricas. Estudo das cifras orientadas à eficiência computacional, Cifras sequenciais para processamento de informação em tempo real, Cifras por blocos; seus modos e standards: DES e AES, Criptoanálise linear.

4. Criptografia de Chave Pública (baseada na Factorização de Inteiros e no Problema do Logaritmo Discreto). As técnicas RSA, Rabin e ElGamal. Cifras, assinaturas digitais (RSA, ElGamal e DSA), O protocolo de Diffie-Hellman.

5. Criptografia de Chave Pública baseada em Curvas Elípticas.

[Voltar](#)

Geometria (MAT11689D)

Elementos de geometria projectiva. Transformações geométricas e sua representação. Classificação das geometrias de ponto de vista transformacional. Geometrias euclidiana e não-euclidiana.

[Voltar](#)

Introdução à Geometria Algébrica (MAT10150D)

Generalidades sobre curvas algébricas reais, álgebra polinomial e espaços projectivos. Cónicas e outras curvas afins. Singularidades e tangentes. Curvas racionais afins e projectivas. Singularidades, tangentes, equivalência. Variedades afins, Nullstellensatz. Variedades projectivas.

[Voltar](#)

Semigrupos (MAT10145D)

Grupos comutativos finitamente gerados.

Monóides cancelativos finitamente gerados.

Semigrupos numéricos: apresentação minimal e limites superiores da cardinalidade.

Semigrupos numéricos irredutíveis.

[Voltar](#)

Álgebra Computacional (MAT10146D)

Introdução. Polinómios e espaço afim. Variedades afins. Parametrização de variedades afins. Ideais.

Polinómios numa variável. Ordenação de monómios em $k[x_1, \dots, x_n]$. Um algoritmo de divisão em $k[x_1, \dots, x_n]$. Ideais monomiais e lema de Dickson. Teorema da Base de Hilbert e bases de Gröbner.

Algoritmo de Buchberger. Algumas aplicações das bases de Gröbner. Sistemas de reescrita. Algoritmo de Knuth Bendix.

[Voltar](#)

Sistemas Complexos (MAT10147D)

A iteração: Sistemas dinâmicos discretos. Sistemas dinâmicos contínuos e a sua redução aos sistemas dinâmicos discretos. Formalismo termodinâmico. Os grafos. Leis de Kirchoff generalizadas. Teoria do potencial. As redes complexas. Os métodos da mecânica analítica. Coordenadas generalizadas. O método simbólico. A computação. O método experimental. Medidas de complexidade. Classificação dos sistemas complexos. Os sistemas reais: físicos, químicos e biológicos. A linguagem. A economia e outros sistemas sociais.



[Voltar](#)

Análise Não-Standard (MAT10148D)

1. Axioma de existência de números não-standard. Números infinitesimais, limitados e infinitamente grandes, regras de cálculo de Leibniz.
2. Conjuntos internos e externos, princípios de permanência.
3. Indução externa.
4. Análise com números infinitesimais, noções não-standard de regularidade de funções: S-continuidade, S-derivabilidade, S-integrabilidade.
5. Ordens de grandeza, mudanças de escala. Um dos tópicos especiais: perturbações singulares, aproximações assintóticas, discretizações infinitesimais.

[Voltar](#)

Tópicos de Equações Diferenciais Parciais (MAT11690D)

Problemas de evolução: a equação do calor e a equação das ondas.
Modelação de problemas de evolução (leis de conservação).
Modelos lineares versus não-lineares.

[Voltar](#)

Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais (MAT11691D)

Discretização no tempo e no espaço. Método de diferenças finitas e elementos finitos (contínuos e descontínuos).
Problemas aproximados com condições iniciais e de contorno. Problemas de Dirichlet, Neumann e Robin. Exemplos de aplicações em 2D e 3D.
Convergência, consistência e estabilidade.
Equações parabólicas: Métodos explícitos e implícitos, utilizando diferenças finitas e elementos finitos. Aplicação à equação de difusão.
Equações hiperbólicas: Formulação quasi-linear e formulação conservativa. Métodos explícitos e implícitos, utilizando diferenças finitas e elementos finitos.
Equações elípticas: métodos utilizando diferenças finitas e elementos finitos.
Métodos diretos e iterativos para resolver o sistema de equações resultante.

[Voltar](#)

Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias (MAT11692D)

Teoremas de deformação, de passagem da montanha, de ponto sela e de enlace.
Teoria do grau topológico em dimensão finita e infinita.
Aplicações a equações diferenciais ordinárias e parciais.
Teoremas de ponto fixo.
Método das sub e das sobre-soluções aplicado a problemas com valores na fronteira: método directo, método iterativo monótono, existência de soluções extremas.

[Voltar](#)

Redes Dinâmicas (MAT11693D)

1. Teoria qualitativa dos grafos
2. Compreensão da teoria básica de sistemas dinâmicos caóticos e teoria da estabilidade
3. Relação entre a dinâmica e a estrutura da rede
4. Relação entre a dinâmica local e global
5. Sincronização de redes
6. Análise espectral de redes
7. Propriedades específicas de diferentes tipos de redes



[Voltar](#)

Otimização e Controlo Ótimo (MAT11694D)

Modelação matemática e otimização. Classificação dos problemas de otimização.

Teoria e algoritmos de otimização sem restrições.

Teoria e algoritmos de otimização com restrições.

Algoritmos heurísticos, evolutivos e genéticos. Otimização global. Otimização multiobjectivo.

Regularização dos problemas de otimização mal-condicionados.

Otimização dos sistemas dinâmicos. Controlo óptimo. Princípio de máximo de Pontriagin. Aplicações.

Diferenciação automática. Programação dinâmica.

Implementação computacional dos métodos de otimização.

[Voltar](#)

Tópicos de Análise Numérica (MAT11695D)

A disciplina será constituída de duas partes.

A primeira parte tem por objetivos dar as bases teóricas à modelação numérica de problemas em várias áreas (engenharia, física, medicina, etc.) e tratar casos concretos através de "problemas modelos". Dois métodos serão abordados:

1) discretização utilizando diferenças finitas.

2) Discretização utilizando uma formulação variacional. Será tratado a noção de solução fraca.

A segunda parte é constituída de uma opção a escolher entre: "Método das diferenças finitas para problemas em dimensão 2" ou "Problemas de evolução" com formulações explícitas e implícitas.

Além do estudo da matéria, será pedido aos alunos efetuar trabalhos de investigação ou demonstração de resultados.

[Voltar](#)

Análise Funcional Não Linear e Aplicações (MAT11696D)

1. Equações Diferenciais Funcionais lineares com atraso e neutras. Existência, unicidade e dependência contínua de parâmetros.

2. Equações em Espaços de Dimensão Finita e Aplicações

Operador de Green. Problema de multi-ponto.

Problemas impulsivos de ordem superior

3. Oscilação de Equações Diferenciais Funcionais

Equações diferenciais não lineares com atraso. Teoremas de Comparação e oscilação. Existência de soluções não oscilatórias.

4. Problemas Impulsivos Funcionais e Estabilidade

Funções de Lyapunov. Estabilidade de soluções. Teoremas sobre limitação. Estabilidade global e em relação a um parâmetro. Aplicações.

5. Métodos para Problemas Funcionais de Valores na Fronteira. Equações com operadores monótonos. Métodos iterativos.

Redução de equações. Método de sub e sobre-soluções

6. Problemas Funcionais Generalizados: métodos clássicos adaptados

Existência e multiplicidade de solução. Problemas de ordem superior funcionais. Soluções extremas .

[Voltar](#)

Tópicos de Sistemas Dinâmicos (MAT11697D)

Sistemas dinâmicos em grafos. Operador de Perron-Frobenius-Ruelle. $\{\}$ newline

Invariantes topológicos espectrais. $\{\}$ newline

Grupos Fuchsianos, grupos Kleinianos. Acção de grupos discretos no espaço hiperbólico. Álgebras de operadores associadas a sistemas dinâmicos discretos. $\{\}$ newline

Problemas de fronteira não lineares para as equações às derivadas parciais. $\{\}$ newline

Invariantes topológicos, auto-semelhança e renormalização. $\{\}$ newline

Teoria da renormalização em sistemas dinâmicos.



[Voltar](#)

Equações Diferenciais Funcionais (MAT11698D)

1. Equações Diferenciais Funcionais lineares

Equações diferenciais com atraso e Equações diferenciais neutras. Equações diferenciais funcionais generalizadas com atraso

2. Equações em Espaços de Dimensão Finita e Aplicações

Funções de Green e operador de Green. Problemas de ordem superior (caso escalar): Problema de multi-pontos na fronteira, Problemas impulsivos, Equações com operadores de Volterra generalizados

3. Oscilação de algumas Equações Diferenciais Funcionais

Teoremas de Comparação e oscilação

Equações diferenciais não lineares neutras com coeficientes variáveis

Existência de soluções não oscilatórias

4. Problemas Impulsivos Funcionais e Estabilidade

Estabilidade de soluções no sentido de Lyapunov

Estabilidade global da solução

Estabilidade em relação a um parâmetro

Aplicações: Modelos de Populações, Redes Neurais, Modelo Económico

[Voltar](#)

Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais (MAT11699D)

Elementos de Análise Convexa: funções e conjuntos convexos, faces expostas e extremas, Teorema de

Krein-Milman, dualidade, subdiferencial, cones normal e tangente. Aplicações multívocas em espaços

métricos. Continuidade. Seleções contínuas. Multifunções em espaços mensuráveis. Integral de Aumann.

Elementos de Análise Não Suave: análise proximal, gradientes generalizados de Clarke. Inclusões

diferenciais. Teoremas de existência. Propriedades topológicas e outras de conjunto de soluções.

Relaxamento. Aplicações em Controlo Óptimo.

[Voltar](#)

Tópicos de Geometria Diferencial e Topologia (MAT11700D)

Parte 1 - Espaços métricos e espaços topológicos. Grupo fundamental de um espaço topológico. Espaços de cobertura, espaço de cobertura universal. Exemplos e aplicações.

Parte 2 - Variedades diferenciáveis e o espaço tangente. Campos vectoriais e orientação. Variedades com bordo e orientação induzida no bordo. Transformações entre variedades. Breves noções de subvariedades. Formas diferenciais, derivada exterior. Cohomologia de deRham; lema de Poincaré. Integração em variedades e o teorema de Stokes.

Parte 3 - Variedades riemannianas e o volume. Geodesia e transporte paralelo numa variedade riemanniana. Curvatura riemanniana e grupo de holonomia. Teoria dos fibrados vectoriais. Fibrados naturais sobre uma variedade.

Parte 4 - Mais noções topológicas; característica de Euler. Grupos e álgebras de Lie. Acções de grupos em variedades. Homologia singular.



[Voltar](#)

Cálculo das Variações (MAT11701D)

1. Introdução.
2. Problemas clássicos e métodos indirectos.
 - 2.1. A equação de Euler-Lagrange
 - 2.2. Condições suficientes para garantir a existência de minimizantes.
3. O método directo para integrais simples.
 - 3.1. Espaços de Sobolev (dim.1).
 - 3.2. Funções absolutamente contínuas.
 - 3.3. A semicontinuidade inferior implica a convexidade.
 - 3.4. A convexidade implica a semicontinuidade inferior.
 - 3.5 Existência de minimizantes em espaços de Sobolev.
 - 3.6. Introdução à teoria da regularidade dos minimizantes.
 - 3.7. A equação de DuBois-Reymond sob hipóteses minimais.
 - 3.8. Integrais com crescimento linear e homogeneidade positiva.
 - 3.9. Integrais paramétricos.
4. Integrais vectoriais: Q-, P-, R-convexidade.
 - 4.1. A equação de Euler-Lagrange.
 - 4.2. A semicontinuidade para campos escalares implica a convexidade.
 - 4.3. A convexidade tipo Q, P e R.
 - 4.4. A Q-convexidade implica a R-convexidade.
 - 4.5 A semicontinuidade inferior implica a Q-convexidade.

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Amostragem (MAT11702D)

1. Amostragem de populações finitas.
2. Amostragem de populações elusivas ou raras.
3. Estimação de parâmetros demográficos.
4. Amostragem em dinâmica de comunidades.
5. Modelos de ocupação: seleção e estimação.

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Investigação Operacional (MAT11703D)

1. Otimização com Algoritmos Genéticos{\}
2. Redes e Grafos{\}
3. Programação dinâmica{\}
4. Gestão de Projetos{\}
5. Análise de Eficiência e Produtividade{\}
6. Processos de decisão de Markov

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Processos Estocásticos (MAT11704D)

1. Processo de Poisson e suas variantes.
2. Processos de renovamento e suas variantes.
3. Redes de filas de espera e aplicações à modelação de sistemas de telecomunicações.
4. Processos de difusão e processo de Wiener, movimento browniano.
5. Integrais estocásticos de Itô e de Stratonovich, a fórmula de Itô.
6. Equações diferenciais estocásticas e sua aplicação à modelação de crescimento de populações animais e de dados financeiros.



[Voltar](#)

Tópicos de Estatística Computacional (MAT11705D)

1. Introdução à linguagem de programação R.
2. Geração de NPA's (Números Pseudo-Aleatórios).
3. Métodos de Monte Carlo em Inferência Estatística.
4. Métodos de Reamostragem Bootstrap, Jackknife.
5. Métodos MCMC (Markov Chain Monte Carlo).
6. Estimação MV e o algoritmo EM.

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Delineamento Experimental (MAT11706D)

1. Teoria e práticas do delineamento de experiências. Blocos completos e incompletos equilibrados. Quadrados latinos.
2. Planos Fatoriais e Fatoriais Fracionados
3. Planos Split-plot. Planos Split-Block. Planos com Medidas Repetidas e sua relação com os Planos Split-Plot e Split-Block
4. Planos Reticulares (Lattice Designs)
5. Planos Cruzados (Crossover Designs)
6. Metodologias de Superfície de Resposta

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Estatística Multivariada (MAT11707D)

1. Distribuições Multivariadas (Distribuição Normal Multivariada, Distribuição de Wishart, Distribuição T2 de Hotelling, A estatística Lambda de Wilks).
2. Métodos de Análise de Interdependência
3. Independent Component Analysis
4. Métodos de Análise de Dependência
5. Escalonamento Multidimensional
6. Data Mining .

[Voltar](#)

Tópicos de Modelação Espaço-Temporal (MAT11708D)

1. Breve revisão dos conceitos essenciais de processos Estocásticos.
2. Modelos temporais lineares: modelo SARIMA
3. Modelos espaciais pontuais
4. Modelos espaciais contínuos: métodos de interpolação espacial de krigagem e co-krigagem
5. Análise de clusters espaciais
6. Análise de séries temporais e espaciais recorrendo ao software R.

[Voltar](#)

Tópicos de Análises de Dados Categóricos (MAT11709D)

1. Modelos lineares generalizados.
2. Modelos mistos.
3. Equações de estimação generalizadas.
4. Modelos aditivos generalizados.
5. Regressão não paramétrica.



[Voltar](#)

Tópicos de Modelação Estatística (MAT11710D)

1. Cartas de Controlo.
2. Análise de Capacidade de processos e metodologia 6-sigma.
3. Políticas de Inspeção de Sistemas.
4. Modelos de Análise de Sobrevivência.

[Voltar](#)

Modelos de Equações Estruturais (MAT10180D)

1. Introdução a Modelos de Equações Estruturais (MEE). Aplicações às ciências sociais, comportamentais, ciências da saúde, educação e aos modelos ecológicos. Relações de MEE com os Modelos Lineares Generalizados (MLG) e Evolução histórica de MEE. Softwares e MEE. Apresentação do AMOS (Analysis of Moment Structure) Graphics.
2. Análise de Regressão Linear Múltipla Univariada (ARLMU) e Multivariada (ARLMM). Análise Factorial Exploratória (AFE). Modelos de trajectórias (Path models). Efeitos de mediação e de moderação.
3. Modelo de medida e Análise Factorial Confirmatória (AFC) de 1ª e 2ª ordem. Avaliação da fiabilidade e da validade dos instrumentos de medida.
4. Variáveis latentes e relações causais. Modelo geral (modelo de medida e modelo estrutural): especificação, identificação, estimação e ajustamento. Análise multigrupo. Modelos recursivos e modelos não recursivos. MEE e Bootstrap.
5. Extensões de MEE a dados longitudinais. Tópicos de Modelos de Crescimento Latente (MCL).