



## Plano de Estudos

**Escola:** Escola de Ciências e Tecnologia  
**Grau:** Mestrado  
**Curso:** Matemática e Aplicações (cód. 594)

### Especialidade Álgebra e Análise

#### 1.º Ano - 1.º Semestre

##### Especialidade Álgebra e Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Optativa Livre						
Grupo de Optativas						
Código	Nome		Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10139	Álgebra		Matemática	6	Semestral	156
MAT11917	Complementos de Análise Numérica		Matemática	6	Semestral	156
MAT10138	Lógica Matemática		Matemática	6	Semestral	156
MAT10151	Teoria das Equações Diferenciais Ordinárias		Matemática	6	Semestral	156

#### 1.º Ano - 2.º Semestre

##### Especialidade Álgebra e Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11919	Seminário I	Matemática	6	Semestral	156
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11918	Combinatória	Matemática	6	Semestral	156
MAT10152	Otimização Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10158	Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156
MAT10155	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156



## 2.º Ano - 3.º Semestre

### Especialidade Álgebra e Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10165	Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais Não Lineares	Matemática	6	Semestral	156
MAT10154	Tópicos de Análise Funcional	Matemática	6	Semestral	156
MAT10141	Elementos de Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
MAT10143	Teoria Axiomática dos Conjuntos	Matemática	6	Semestral	156
Dissertação					
Estágio					

## 2.º Ano - 4.º Semestre

### Especialidade Álgebra e Análise

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Dissertação					
Estágio					

## Especialidade Estatística

### 1.º Ano - 1.º Semestre

#### Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10167	Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156
MAT10168	Estatística Computacional	Matemática	9	Semestral	234
MAT10169	Inferência Estatística	Matemática	9	Semestral	234
MAT10170	Processos Estocásticos	Matemática	6	Semestral	156
Optativa Livre					

### 1.º Ano - 2.º Semestre

#### Especialidade Estatística

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11919	Seminário I	Matemática	6	Semestral	156



**1.º Ano - 2.º Semestre**  
**Especialidade Estatística**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10171	Análise Categórica de Dados	Matemática	9	Semestral	234
MAT10172	Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações Biológicas	Matemática	6	Semestral	156
MAT10173	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	9	Semestral	234
MAT10174	Séries Temporais	Matemática	6	Semestral	156

**2.º Ano - 3.º Semestre**  
**Especialidade Estatística**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10175	Amostragem em Populações Biológicas	Matemática	6	Semestral	156
MAT10176	Controlo de Qualidade e Fiabilidade	Matemática	6	Semestral	156
MAT10177	Investigação Operacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT10178	Modelos Matemáticos em Biologia	Matemática	6	Semestral	156
Dissertação					
Estágio					

**2.º Ano - 4.º Semestre**  
**Especialidade Estatística**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Dissertação					
Relatório de Estágio					
Estágio					

**Especialidade Matemática e Aplicações**



**1.º Ano - 1.º Semestre**  
**Especialidade Matemática e Aplicações**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10139	Álgebra	Matemática	6	Semestral	156
MAT11917	Complementos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10167	Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156
MAT10168	Estatística Computacional	Matemática	9	Semestral	234
MAT10169	Inferência Estatística	Matemática	9	Semestral	234
MAT10138	Lógica Matemática	Matemática	6	Semestral	156
MAT10170	Processos Estocásticos	Matemática	6	Semestral	156
MAT10151	Teoria das Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
<b>Optativa Livre</b>					

**1.º Ano - 2.º Semestre**  
**Especialidade Matemática e Aplicações**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
<b>Grupo de Optativas</b>					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10171	Análise Categórica de Dados	Matemática	9	Semestral	234
MAT11918	Combinatória	Matemática	6	Semestral	156
MAT10172	Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações Biológicas	Matemática	6	Semestral	156
MAT10173	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	9	Semestral	234
MAT10152	Otimização Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10174	Séries Temporais	Matemática	6	Semestral	156
MAT10158	Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156
MAT10155	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
<b>Optativa Livre</b>					
MAT11919	Seminário I	Matemática	6	Semestral	156



**2.º Ano - 3.º Semestre**  
**Especialidade Matemática e Aplicações**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Grupo de Optativas						
Código	Nome		Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT10175	Amostragem em Populações Biológicas		Matemática	6	Semestral	156
MAT10176	Controlo de Qualidade e Fiabilidade		Matemática	6	Semestral	156
MAT10141	Elementos de Criptografia		Matemática	6	Semestral	156
MAT10177	Investigação Operacional		Matemática	6	Semestral	156
MAT10165	Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais Não Lineares		Matemática	6	Semestral	156
MAT10178	Modelos Matemáticos em Biologia		Matemática	6	Semestral	156
MAT10143	Teoria Axiomática dos Conjuntos		Matemática	6	Semestral	156
MAT10154	Tópicos de Análise Funcional		Matemática	6	Semestral	156
Dissertação						
Estágio						

**2.º Ano - 4.º Semestre**  
**Especialidade Matemática e Aplicações**

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Dissertação					
Estágio					

**Condições para obtenção do Grau:**

Dos 120 ECTS necessários para a obtenção do grau de Mestre em cada área de especialização o aluno terá de fazer:

- a) 72 ECTS em unidades curriculares, das quais 60 ECTS têm de ser na área de especialização;
- b) 48 ECTS para a Dissertação Científica ou Estágio Profissionalizante.

Os 60 ECTS da área de especialização deverão ser obtidos do seguinte modo:

- 1) Pelo menos 30 ECTS em unidades curriculares do 1º ano (excluindo a unidades curriculares de Seminário I) e pelo menos 12 ECTS no 2º ano, perfazendo um total de 60 ECTS, na área que respeita ao perfil escolhido;
- 2) 12 ECTS em quaisquer unidades curriculares das 3 áreas de Especialização.

**Conteúdos Programáticos**

**Voltar**

**Álgebra (MAT10139)**

Anéis e módulos. Corpos e suas extensões. Corpos de decomposição. Teoria de Galois. Extensões de anéis. Extensões transcendentais. Teorema dos zeros de Hilbert. Espaços algébricos.



[Voltar](#)

### **Complementos de Análise Numérica (MAT11917)**

Métodos de resolução dos sistemas lineares de grandes dimensões.

Métodos de resolução dos sistemas não-lineares.

Métodos de cálculo dos valores e vectores próprios.

EDO's: problemas de valor inicial. Sistemas rígidos.

EDO's: problemas de valor de fronteira.

EDP's: diferenças finitas, elementos finitos.

[Voltar](#)

### **Lógica Matemática (MAT10138)**

1. Lógica proposicional.

1.1. Sintaxe e Semântica. Dedução e implicação lógica.

1.2. Metateoremas de Validade e de Completude, consistência, compatibilidade.

1.3. Propriedades fundamentais da Lógica proposicional: interpolação, compacidade, decidibilidade.

2. Lógica de primeira ordem.

2.1. Sintaxe, dedução. Semântica, modelos, implicação lógica.

2.2. Metateoremas de Validade e de Completude, compacidade e teorema de Löwenheim-Skolem.

2.3. Aplicações: raciocínios formais e informais, modelos não-standard da Aritmética.

[Voltar](#)

### **Teoria das Equações Diferenciais Ordinárias (MAT10151)**

Funções de variação limitada e absolutamente contínuas.

Soluções tipo Carathéodory de EDO em espaços de dimensão finita.

Teorema de Peano. Extensão de soluções.

Propriedades topológicas do conjunto de soluções.

Unicidade de solução.

Método de Picard-Lindelöf.

Equações diferenciais ordinárias em espaços de Banach.

Equações com operador linear ilimitado.

Soluções fracas.

Invariância e viabilidade.

[Voltar](#)

### **Seminário I (MAT11919)**

Serão convidados docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UE, preferencialmente mas não exclusivamente, a divulgarem as suas áreas de trabalho e/ou investigação.

[Voltar](#)

### **Combinatória (MAT11918)**

Elementos de funções geradoras

Grafos

Matróides orientados

Tópicos avançados



[Voltar](#)

### **Otimização Numérica (MAT10152)**

1. Elementos da Análise Convexa. Condições necessárias e suficientes de extremo.
2. Otimização não-linear para funções de uma e de várias variáveis sem restrições.
3. Otimização não-linear com restrições. Funções de penalização. Método do ponto interior.
4. Otimização multiobjectivo. Otimização global. Algoritmos genéticos e evolutivos.
5. Otimização dinâmica. Aplicações aos problemas de Controlo Ótimo. Derivação automática

[Voltar](#)

### **Sistemas Dinâmicos (MAT10158)**

Funções do intervalo no intervalo e do círculo no círculo: hiperbolicidade, dinâmica simbólica, conjugação topológica, teorema de Sharkovsky, estabilidade estrutural, bifurcação, invariante topológica, renormalização, caos, teoria do amassamento de Milnor e Thurston.

Iteração de funções complexas: famílias normais, pontos periódicos, conjuntos de Júlía, conjuntos de Mandelbrot. Aplicações.

[Voltar](#)

### **Teoria de Equações Diferenciais Parciais (MAT10155)**

Fenomenologia e modelação da Equação do Calor.

Classificação das EDP e formas canónicas.

Série e Transformada de Fourier. Aplicações.

Soluções da Equação do Calor.

A Equação de Burgers.

Métodos de formulação variacional.

Métodos de energia e entropia.

Principais opções de trabalho:

- a) Matemática Financeira (Eq. Black-Scholes);
- b) Aplicações à Biologia (Eqs. Transporte);
- c) Análise Numérica (Hilbert-Huang Transform).

[Voltar](#)

### **Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais Não ... (MAT10165)**

1. Métodos Variacionais: Teorema da Deformação e condição de Palais-Smale. Teoremas de min-max. Teorema da Passagem da Montanha. Pontos de Sela. Teoremas de Enlace.

2. Grau Topológico: Teoria do grau para funções contínuas. O grau em dimensão finita: Grau de Brouwer. O grau em dimensão infinita: Grau de Leray-Schauder. O grau para perturbações compactas de um operador linear: Grau de Coincidência. Aplicações do grau a equações diferenciais. Teoremas de ponto fixo. Aplicações a equações diferenciais parciais.

3. Problemas com Valores na Fronteira: Método de Sub e Sobre-soluções: métodos directo e iterativo monótono.. Princípios do máximo e de Comparação. Existência de Soluções Extremais. Sub e Sobre-soluções não ordenadas para problemas de ordem superior.

[Voltar](#)

### **Tópicos de Análise Funcional (MAT10154)**

Escolher matéria entre os tópicos seguintes:

1. Teoria das distribuições. Espaços de Sobolev. Teoremas de imersão.
2. Semigrupos de operadores lineares. Teorema de Hille-Yosida. Operadores monótonos.
2. Teoria de Leray-Schauder de grau topológico. Operadores não lineares. Pontos fixos.
3. Teoria espectral de operadores lineares em espaços de Hilbert.



[Voltar](#)

### **Elementos de Criptografia (MAT10141)**

Inteiros.

Congruências e classes residuos dos Aneis

Pequeno teorema de Fermat. Teorema chinês dos restos. Função de Encriptação

Probabilidades

DES

Encriptação de Chave Pública

Logaritmos Discretos

Funções de Hash

Assinaturas digitais.

Corpos finitos

Curvas elípticas

[Voltar](#)

### **Teoria Axiomática dos Conjuntos (MAT10143)**

1. A linguagem e os axiomas da teoria axiomática dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel

2. Boas-ordens e ordinais (segundo Von Neumann): indução e recorrência transfinitas. Ordinais finitos (números naturais) e infinitos. Aritmética ordinal.

3. Hierarquia cumulativa de Von Neumann.

4. Numerabilidade e não numerabilidade. Cardinais. Aritmética cardinal. O problema do contínuo de Cantor.

Conjuntos perfeitos. Teorema de Cantor-Bendixson.

5. Axioma da escolha e algumas consequências.

6. Hipótese do contínuo.

[Voltar](#)

### **Delineamento Experimental (MAT10167)**

Método científico e delineamento de experiências.

Modelos de análise de variância de efeitos fixos e de efeitos aleatórios (simples, multifactoriais e mistos). Modelos hierárquicos (nested) e Split-Plot. Comparações múltiplas. Blocos completos e incompletos. Quadrados latinos. Alternativas não paramétricas.

Modelo de regressão linear simples e múltipla (estimação, inferência, predição, adequabilidade e validação de pressupostos).

Diagnóstico da regressão para observações influentes, outliers, autocorrelação e multicolinearidade. Seleção de modelos.

Análise de covariância.

Regressão não linear.

[Voltar](#)

### **Estatística Computacional (MAT10168)**

1. Modelação de dados estatísticos. Modelos estatísticos mais usuais. Testes não-paramétricos de ajustamento. Testes de independência e uniformidade. Métodos gráficos.

2. Máxima verosimilhança e o algoritmo EM (com recurso a métodos numéricos).

3. Geração de números pseudo-aleatórios uniformes.

4. Testes de independência e uniformidade.

5. Geração de números aleatórios com distribuição especificada.

6. Simulação por métodos de reamostragem.

7. Método de Monte Carlo.

8. O Bootstrap e o Jackknife.

9. Métodos de monte Carlo baseados em Cadeias de Markov (MCMC), algoritmos Gibbs e Metropolis-Hasting.

10. Aplicações e uso de software estatístico.





[Voltar](#)

### **Inferência Estatística (MAT10169)**

Conceitos fundamentais de probabilidade.

Revisão das distribuições discretas e contínuas e suas propriedades. Família exponencial de distribuições.

Distribuição multinormal e multinomial.

Convergências estocásticas e teoremas limite.

Amostragem e principais distribuições amostrais.

Estimação pontual. Métodos de estimação (de momentos, máxima verosimilhança, mínimos quadrados e bayesianos). Propriedades dos estimadores. Limite Inferior de Crámer-Rao. Comportamento assintótico.

Robustez.

Estimação intervalar. Métodos de obtenção de estimadores intervalares. Propriedades. Abordagem clássica e bayesiana.

Testes de hipóteses. Erros de primeira e segunda espécie, potência. Dualidade. Métodos de obtenção de testes. Testes de razão de verosimilhanças.

Propriedades dos testes. Teorema de Neyman-Pearson, testes uniformemente mais potentes.

Comportamento assintótico. Robustez. Abordagem clássica e bayesiana.

[Voltar](#)

### **Processos Estocásticos (MAT10170)**

1. Conceitos gerais sobre Processos Estocásticos
2. Martingalas e aplicações
3. Cadeias de Markov em tempo discreto
4. Conceitos gerais sobre séries temporais
5. Processo de Poisson homogêneo e não homogêneo.
6. Processo de Poisson Composto
7. Processos de nascimento e morte
8. Introdução às filas de espera
9. Processos de renovamento
10. Métodos de simulação de Monte Carlo

[Voltar](#)

### **Análise Categórica de Dados (MAT10171)**

o Tabelas de contingência.

o Modelos lineares generalizados: caracterização, função de ligação, fases de modelação, pressupostos, análise de resíduos, validação, inferência,

o Modelos discretos e modelos contínuos: Logístico (Binomial, Ordinal e Multinomial), Poisson, Binomial-Negativo, Gaussiano-Inverso, Gama, Lognormal).

o Equações de estimação generalizadas (GEE).

o Outros tópicos de modelação estatística de dados categóricos.



[Voltar](#)

### **Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações Bi... (MAT10172)**

Introdução às Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações:

Processo de Wiener e processos de difusão. Integrais estocásticos. Esboço da construção do integral de Itô. Uso do teorema de Itô. Referência ao integral de Stratonovich. Teoremas de existência e unicidade para equações diferenciais estocásticas (EDEs). Soluções fortes e fracas. Fórmulas de Dynkin e de Feynman-Kac. Classificação de fronteiras em processos de difusão unidimensionais. Tempos de primeira passagem. Soluções estacionárias de EDEs unidimensionais. Ergodicidade. Simulação de Monte Carlo de EDEs.

Aplicações Biológicas de Equações Diferenciais Estocásticas:

O integral de Stratonovich, relações com o integral de Itô e usos em aplicações. Aplicações biológicas em dinâmica de populações e em crescimento de seres vivos ou de tecidos biológicos em ambiente aleatório. Estudo de extinção e de tempos de extinção. Existência de densidades estacionárias. Estudo qualitativo e quantitativo (se necessário por simulação) das soluções. Problemas de optimização na gestão de recursos naturais renováveis. Comparação com modelos baseados em processos de nascimento e morte (aleatoriedade demográfica) e aproximações destes por EDE. Aplicações à genética de populações. Questões estatísticas nas EDEs, com ênfase na estimação e previsão.

[Voltar](#)

### **Estatística de Dados Multivariados (MAT10173)**

1. Introdução à Estatística Multivariada (EM). Técnicas de Dependência e de Interdependência. Extensões.
2. Análise exploratória de dados multivariados
3. Análise de Componentes Principais
4. Análise Factorial Exploratória versus Análise Factorial Confirmatória
5. Análise de Clusters
6. Análise Discriminante
7. Tópicos em Modelos de Equações Estruturais

[Voltar](#)

### **Séries Temporais (MAT10174)**

1. Introdução ao estudo das séries temporais e dos processos Estocásticos
2. Processos lineares: Processos ARMA, ARIMA e SARIMA
3. Processos não lineares: Processos ARCH e GARCH
4. Modelos de regressão temporal dinâmica
5. Modelação em R dos diversos tipos de fenómenos temporais. Aplicação a dados reais.

[Voltar](#)

### **Amostragem em Populações Biológicas (MAT10175)**

1. Elementos de inferência estatística e de amostragem em populações finitas.
2. Estimação da abundância em populações animais.
3. Amostragem por distâncias, por captura-recaptura e combinação de modelos.
4. Estimação de outros parâmetros demográficos (taxas de sobrevivência, recrutamento, probabilidades de transição, taxas de migração).
5. Estimação de parâmetros em dinâmica de comunidades ecológicas.



[Voltar](#)

### **Controlo de Qualidade e Fiabilidade (MAT10176)**

Controlo por variáveis e por atributos. Diferentes tipos de cartas.

Análise de Capacidade do Processo. Processos 6-sigma.

Capacidade do sistema de medição. Exactidão e precisão. Repetibilidade e reprodutibilidade.

Amostragem por Aceitação. Diferentes planos de amostragem. Tabelas MIL STD.

Métodos de amostragem em controlo de qualidade.

Fiabilidade e sobrevivência.

Sistemas em Série e em Paralelo.

Modelos paramétricos e semi-paramétricos de modelação do risco.

Políticas de inspecção de sistemas.

[Voltar](#)

### **Investigação Operacional (MAT10177)**

1. Programação linear e não linear: Aplicações, Simplex revisto; métodos do ponto interior. Programação Linear Inteira e Mista: aplicações, métodos de Ramificação e Limite. Programação Não Linear: aplicações, condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), métodos evolutivos e genéticos.

2. Optimização em Redes e Grafos, Gestão de Stocks e de Projectos: Grafos: Aplicações, Definições, Representação Matricial. Árvores. Problemas de fluxos e de localização. Gestão de Projectos (Pert/CPM). Gestão de Stocks.

3. Sistemas de Apoio à Decisão: Árvores de decisão. Função Utilidade. Análise Multicritério - Multiatributo e Multiobjectivo. Teoria dos Jogos.

[Voltar](#)

### **Modelos Matemáticos em Biologia (MAT10178)**

1. Introdução aos ecossistemas e à modelação de populações.

2. Modelos matemáticos de crescimento populacional.

3. Introdução aos modelos genéticos de populações diplóides.

4. Modelos de utilização de recursos biológicos renováveis.

5. Modelos estruturados de população.

6. Modelos demográficos e similares.

7. Modelos de dispersão espacial.

8. Modelos matemáticos de ecossistemas (competição, predação, outras interações, ecossistemas)

9. Modelos epidemiológicos determinísticos