



Plano de Estudos

Escola: Escola de Ciências e Tecnologia

Grau: Mestrado

Curso: Matemática (cód. 744)



1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT14347M	Álgebra Comutativa	Matemática	6	Semestral	156
MAT13616M	Amostragem e Sondagens	Matemática	6	Semestral	156
MAT13608M	Análise de Dados Categóricos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14356M	Complementos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10167M	Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156
MAT14348M	Elementos de Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
MAT13612M	Estatística Computacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT13613M	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	6	Semestral	156
MAT14349M	Geometria Riemanniana	Matemática	6	Semestral	156
MAT14352M	Grupos e Representações	Matemática	6	Semestral	156
MAT13618M	Inferência Estatística	Matemática	6	Semestral	156
MAT14353M	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	6	Semestral	156
MAT14354M	Introdução aos Semigrupos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14355M	Lógica Matemática	Matemática	6	Semestral	156
MAT14357M	Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14358M	Operadores Compactos e Equações Integrais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14359M	Otimização Funcional	Matemática	6	Semestral	156
MAT13652M	Otimização Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT13615M	Processos Estocásticos e Aplicações	Matemática	6	Semestral	156
MAT10174M	Séries Temporais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14360M	Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14361M	Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
MAT14362M	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14363M	Cálculo Matricial	Matemática	6	Semestral	156
MAT14364M	Tópicos de Análise Funcional	Matemática	6	Semestral	156



1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT14389M	Seminário em Matemática I	Matemática	6	Semestral	156

Grupo de Optativas

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT14347M	Álgebra Comutativa	Matemática	6	Semestral	156
MAT13616M	Amostragem e Sondagens	Matemática	6	Semestral	156
MAT13608M	Análise de Dados Categóricos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14356M	Complementos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10167M	Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156
MAT14348M	Elementos de Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
MAT13612M	Estatística Computacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT13613M	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	6	Semestral	156
MAT14349M	Geometria Riemanniana	Matemática	6	Semestral	156
MAT14352M	Grupos e Representações	Matemática	6	Semestral	156
MAT13618M	Inferência Estatística	Matemática	6	Semestral	156
MAT14353M	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	6	Semestral	156
MAT14354M	Introdução aos Semigrupos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14355M	Lógica Matemática	Matemática	6	Semestral	156
MAT14357M	Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14358M	Operadores Compactos e Equações Integrais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14359M	Otimização Funcional	Matemática	6	Semestral	156
MAT13652M	Otimização Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT13615M	Processos Estocásticos e Aplicações	Matemática	6	Semestral	156
MAT10174M	Séries Temporais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14360M	Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14361M	Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
MAT14362M	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14363M	Cálculo Matricial	Matemática	6	Semestral	156
MAT14364M	Tópicos de Análise Funcional	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					



2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT14390M	Seminário em Matemática II	Matemática	6	Semestral	156

Grupo de Optativas

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT14347M	Álgebra Comutativa	Matemática	6	Semestral	156
MAT13616M	Amostragem e Sondagens	Matemática	6	Semestral	156
MAT13608M	Análise de Dados Categóricos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14356M	Complementos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT10167M	Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156
MAT14348M	Elementos de Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
MAT13612M	Estatística Computacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT13613M	Estatística de Dados Multivariados	Matemática	6	Semestral	156
MAT14349M	Geometria Riemanniana	Matemática	6	Semestral	156
MAT14352M	Grupos e Representações	Matemática	6	Semestral	156
MAT13618M	Inferência Estatística	Matemática	6	Semestral	156
MAT14353M	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	6	Semestral	156
MAT14354M	Introdução aos Semigrupos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14355M	Lógica Matemática	Matemática	6	Semestral	156
MAT14357M	Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14358M	Operadores Compactos e Equações Integrais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14359M	Otimização Funcional	Matemática	6	Semestral	156
MAT13652M	Otimização Numérica	Matemática	6	Semestral	156
MAT13615M	Processos Estocásticos e Aplicações	Matemática	6	Semestral	156
MAT10174M	Séries Temporais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14360M	Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156
MAT14361M	Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
MAT14362M	Teoria de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT14363M	Cálculo Matricial	Matemática	6	Semestral	156
MAT14364M	Tópicos de Análise Funcional	Matemática	6	Semestral	156
Optativa livre					



2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Dissertação					

2.º Ano - 4.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT14391M	Seminário em Matemática III	Matemática	3	Semestral	78
Dissertação					

Condições para obtenção do Grau:

Para conclusão da componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares:

1.º Ano

1.º Semestre:

UC Optativas do Grupo de Optativas oferecidas neste semestre num total de 30 ECTS

2.º Semestre

1 UC Obrigatórias num total de 6 ECTS

UC Optativas do Grupo de Optativas oferecidas neste semestre, podendo uma delas ser uma optativa de qualquer 2.º ciclo da UE, mediante aprovação da CC num total de 24 ECTS

2.º Ano

3.º Semestre

1 UC Obrigatórias num total de 6 ECTS

UC Optativas do Grupo de Optativas oferecidas neste semestre, podendo uma delas ser uma optativa de qualquer 2.º ciclo da UE, mediante aprovação da CC num total de 6 ECTS

4.º Semestre

1 UC obrigatórias num total de 3 ECTS

Para obtenção do grau, é necessário também a aprovação na Dissertação, com um total de 45 ECTS, no 3.º e 4.º Semestre.

Conteúdos Programáticos

[Voltar](#)

Álgebra Comutativa (MAT14347M)

Módulos sobre anéis comutativos.

Morfismos de módulos, submódulos e módulo quociente.

Soma e produto diretos.

Módulos finitamente gerados.

Sucessões exatas de módulos.

Produto tensorial. Anéis locais e anéis de frações.

Anéis noetherianos e anéis artinianos.

[Voltar](#)

Amostragem e Sondagens (MAT13616M)

1. Principais etapas no planeamento e na seleção de amostras.

2. Métodos de recolha de informação em estudos por amostragem.

3. Tratamento de não respostas e erros de medição.

4. Amostragem aleatória simples: ideias básicas e estimação.

5. Amostragem sistemática, aleatória estratificada e pós-estratificação.

6. Amostragem com probabilidades desiguais e subamostragem.

7. Amostragem em conglomerados e multi-etápica.



[Voltar](#)

Análise de Dados Categóricos (MAT13608M)

- Tabelas de contingência e medidas de associação e correlação envolvendo variáveis categóricas.
- Modelos lineares generalizados: caracterização, função de ligação, fases de modelação, pressupostos, análise de resíduos, validação, inferência;
- Modelos discretos: logit, probit, log-log, Ordinal, Multinomial, Poisson e Binomial-Negativo.
- Modelos Aditivos Generalizados (GAM).
- Equações de estimação generalizadas (GEE) e modelos lineares mistos generalizados (GLMM).
- Introdução os modelos de zero inflacionados (ZIF).

[Voltar](#)

Complementos de Análise Numérica (MAT14356M)

- Resolução dos sistemas lineares de grandes dimensões. Métodos diretos: utilização de factorizações, sistemas com as matrizes especiais (bandas, tridiagonais, esparsas), estabilidade de soluções. Métodos iterativos: método de relaxação, métodos de subespaço de Krylov, método dos gradientes conjugados e preconditionamento.
- Cálculo de valores e vetores próprios. Círculos de Gershgorin. Métodos da potência. Transformações ortogonais, matrizes semelhantes, método de Jacobi, algoritmo QR, algoritmo de Lanczos.
- Sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias. Problemas rígidos.
- Equações Diferenciais Parciais. Exemplos de problemas de valor na fronteira. Aproximação por diferenças finitas. Aproximação por elementos finitos. Aproximação de problemas bidimensionais. Consistência e convergência. Equação de Poisson, equação de calor, equação das ondas.
- Resolução numérica de Equações Integrais.
- Implementação de alguns algoritmos em sistema interativo de cálculo numérico e simbólico.

[Voltar](#)

Delineamento Experimental (MAT10167M)

Método científico e delineamento de experiências.
Modelos de análise de variância de efeitos fixos e de efeitos aleatórios (simples, multifactoriais e mistos). Modelos hierárquicos (nested) e Split-Plot.
Comparações múltiplas.
Blocos completos e incompletos. Quadrados latinos.
Alternativas não paramétricas.
Modelo de regressão linear simples e múltipla (estimação, inferência, predição, adequabilidade e validação de pressupostos).
Diagnóstico da regressão para observações influentes, outliers, autocorrelação e multicolinearidade. Selecção de modelos.
Análise de covariância.
Regressão não linear.

[Voltar](#)

Elementos de Criptografia (MAT14348M)

Inteiros.
Congruências e classes resíduo dos anéis.
Pequeno teorema de Fermat. Teorema chinês dos restos. Função de Encriptação. Probabilidades.
DES.
Encriptação de Chave Pública.
Logaritmos Discretos.
Funções de Hash.
Assinaturas digitais.
Corpos finitos.
Curvas elípticas.



[Voltar](#)

Estatística Computacional (MAT13612M)

1. Modelação de dados estatísticos. Modelos estatísticos mais usuais. Testes não-paramétricos de ajustamento. Testes de independência e uniformidade. Métodos gráficos.
2. Estimativas de máxima verosimilhança e o algoritmo EM (com recurso a métodos numéricos).
3. Geração de números pseudo-aleatórios uniformes. Testes de independência e uniformidade. Geração de números aleatórios com distribuição especificada.
4. Simulação por métodos de reamostragem. Método de Monte Carlo. O Bootstrap e o Jackknife.
5. Métodos de Monte Carlo baseados em Cadeias de Markov (MCMC), algoritmos Gibbs e Metropolis-Hasting.
6. Aplicações e uso de programas estatísticos.

[Voltar](#)

Estatística de Dados Multivariados (MAT13613M)

1. Introdução à Estatística Multivariada (EM). Técnicas de Dependência e de Interdependência. Extensões.
2. Análise exploratória de dados multivariados
3. Análise em Componentes Principais
4. Análise Fatorial Exploratória versus Análise Fatorial Confirmatória
5. Análise Classificatória
6. Tópicos em Modelos de Equações Estruturais

[Voltar](#)

Geometria Riemanniana (MAT14349M)

- Variedades: espaço tangente, campos vetoriais, parêntesis de Lie, imersões e mergulhos, orientação, grupos de Lie, topologia das variedades, variedades com bordo.
- Variedades riemannianas: métrica, isometria, subvariedade riemanniana, conexões afins, torsão, conexão de Levi-Civita; geodésicas e cartas normais; completude e teorema de Hopf-Rinow.
- Curvatura: tensor de curvatura, curvatura seccional, tensor de Ricci, curvatura escalar; espaços de curvatura constante; campos de Jacobi; teoremas de Myers e de Hadamard.
- Estudo das superfícies: aplicação de Gauss, primeira e segunda forma fundamental, curvaturas média e de Gauss, teorema de Gauss.

[Voltar](#)

Grupos e Representações (MAT14352M)

- Representações de grupos finitos. Redutibilidade completa. Lema de Schur.
- Caracteres. Fórmulas de projecção.
- Exemplos. Potência exterior e representação standard de um grupo simétrico. Representações induzidas.
- Diagramas de Young e fórmula para caracteres de Frobenius. Representações irredutíveis dos grupos simétricos.
- Grupos de Lie e álgebras de Lie. Aplicação exponencial. Teorema de Engel e teorema de Lie.
- Álgebras de Lie clássicas e as suas representações.



[Voltar](#)

Inferência Estatística (MAT13618M)

- Conceitos fundamentais de probabilidade: medida e probabilidade, teorema de Bayes, vetores aleatórios, distribuições marginais e condicionadas, valores esperados, funções geradoras e transformada de Laplace, funções de vetores aleatórios e transformações, convergências estocásticas e teoremas limite.
- Distribuições amostrais e estimação pontual: métodos de estimação de momentos, máxima verosimilhança, mínimos quadrados. Propriedades dos estimadores.
- Estimação intervalar clássica: métodos de obtenção de estimadores intervalares e propriedades.
- Testes de hipóteses clássicos: dualidade e tipos de erro, testes de razão de verosimilhanças, propriedades dos testes.
- Inferência estatística bayesiana: distribuições a priori e posteriori. Estimação pontual e intervalar bayesiana: intervalos de credibilidade e de máxima densidade à posteriori.
- Testes de hipóteses bayesianos: critérios de comparação de modelos; fator de Bayes e modelo mais provável a posterior.

[Voltar](#)

Introdução à Geometria Algébrica (MAT14353M)

Conjuntos algébricos afins.
Teorema da base de Hilbert.
Nullstellensatz.
Variedades afins.
Propriedades locais de curvas planas.
Variedades projetivas e curvas projetivas planas.

[Voltar](#)

Introdução aos Semigrupos (MAT14354M)

Grupos comutativos finitamente gerados.
Monóides cancelativos finitamente gerados.
Semigrupos numéricos: apresentação minimal e limites superiores da cardinalidade.
Semigrupos numéricos irredutíveis.

[Voltar](#)

Lógica Matemática (MAT14355M)

- Lógica proposicional. Sintaxe e Semântica. Dedução e implicação lógica. Metateoremas de Validade e de Completude, consistência, compatibilidade. Propriedades fundamentais da Lógica proposicional: interpolação, compacidade, decidibilidade.
- Lógica de primeira ordem. Sintaxe, dedução. Semântica, modelos, implicação lógica. Metateoremas de Validade e de Completude, compacidade e teorema de Löwenheim-Skolem. Aplicações: raciocínios formais e informais, modelos não-standard da Aritmética.

[Voltar](#)

Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais (MAT14357M)

- Métodos Variacionais: Teorema da Deformação e condições de Palais-Smale. Teoremas de min-max. Teorema da Passagem da Montanha. Pontos de Sela. Teoremas de Enlace.
- Teoria oscilatória. Condições necessárias e suficientes para a existência de soluções oscilatórias.
- Problemas ressonantes.
- Soluções homoclínicas e heteroclínicas.
- Teoria da bifurcação.



[Voltar](#)

Operadores Compactos e Equações Integrais (MAT14358M)

- Operadores compactos em espaços de Banach. Operadores Lineares Compactos. Operadores compactos não lineares e Problemas com Valores na Fronteira. Operadores compactos definidos em intervalos compactos e não compactos. Teoria de ponto fixo em conjuntos não compactos.
- Operadores compactos em cones.
- Equações integrais de Volterra e de Hammerstein.
- Problemas de valores na fronteira e equações integrais.
- Sistemas de Equações Integrais.
- Sistemas de Lotka-Volterra e modelos de predador-presa.

[Voltar](#)

Otimização Funcional (MAT14359M)

- Introdução. Exemplos clássicos (braquistócrona, problema de Newton da resistência mínima, ...)
- Pré-requisitos de Análise Funcional e Análise Convexa.
- Métodos clássicos. Métodos diretos.
- Teoria do controlo. Controlabilidade. Controlo Ótimo.
- Problemas de tempo mínimo lineares autónomos: existência de controlo de tempo mínimo e controlos extremais; normalidade e unicidade do controlo ótimo.

[Voltar](#)

Otimização Numérica (MAT13652M)

Teoria clássica de otimização. Condições necessárias e suficientes de extremo. Conjuntos e funções convexas. Métodos numéricos de otimização para funções de uma e de várias variáveis sem restrições. Métodos numéricos de otimização com restrições. Funções de penalização. Método do ponto interior. Algoritmos genéticos e evolutivos. Implementação dos algoritmos em Python. Software para otimização numérica (pacote SciPy).

[Voltar](#)

Processos Estocásticos e Aplicações (MAT13615M)

Conceitos gerais sobre Processos Estocásticos.
Martingalas e Aplicações.
Cadeias de Markov em tempo discreto.
Processo de Poisson homogéneo, não homogéneo e composto.
Processos de nascimento e morte.
Introdução às filas de espera.
Processos de renovamento.
Métodos de simulação de Monte Carlo.

[Voltar](#)

Séries Temporais (MAT10174M)

1. Breve revisão dos conceitos essenciais de processos Estocásticos. Identificação de padrões temporais. Modelos de decomposição temporal
2. Modelos lineares: ARMA, ARIMA e SARIMA
3. modelos não lineares: ARCH e GARCH
4. Modelos de regressão temporal
5. Análise e modelação de séries temporais, através dos métodos atrás referido, recorrendo ao software R.



[Voltar](#)

Sistemas Dinâmicos (MAT14360M)

- Funções do intervalo no intervalo e do círculo no círculo: hiperbolicidade, dinâmica simbólica, conjugação topológica, teorema de Sharkovsky, estabilidade estrutural, bifurcação, invariantes topológicos, renormalização, caos, teoria do amassamento de Milnor e Thurston. Métodos combinatórios.
- Iteração de funções complexas: pontos e órbitas periódicas, conjuntos de Júlia, conjuntos de Mandelbrot. Aplicações.

[Voltar](#)

Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias (MAT14361M)

- Problemas de Valor inicial. Desigualdades e convergências. Teoremas de Unicidade. Inequações diferenciais e soluções extremas.
- Problemas com Valores na Fronteira. Problemas lineares com valores na fronteira. Princípios de máximo. Desenvolvimento em séries de funções próprias. Problemas não lineares com valores na fronteira.
- Método das sub- e sobre-soluções. Aplicação do método de sub e sobre-soluções a problemas periódicos. A condição de Nagumo e estimativas a priori. Problemas com valores na fronteira separados.
- Estabilidade de soluções. Conceitos preliminares. Estabilidade de sistemas quasi-lineares. Sistemas autónomos planares. Ciclos limite e soluções periódicas. Método de Lyapunov para sistemas autónomos. Método de Lyapunov em sistemas não autónomos.
- Aplicações. Problemas de Lidstone. Problemas funcionais. Problemas impulsivos.

[Voltar](#)

Teoria de Equações Diferenciais Parciais (MAT14362M)

- Fenomenologia e modelação da Equação do Calor.
- Classificação das EDP e formas canónicas.
- Série e Transformada de Fourier. Aplicações.
- Soluções da Equação do Calor.
- A Equação de Burgers.
- Métodos de formulação variacional.
- Métodos de energia e entropia.
- Principais opções de trabalho: a) Matemática Financeira (Eq. Black-Scholes); b) Aplicações à Biologia (Eq. Transporte); c) Análise Numérica (Hilbert-Huang Transform).

[Voltar](#)

Cálculo Matricial (MAT14363M)

- Problemas de Álgebra Linear computacional.
- Normas matriciais, raio espectral.
- Algumas factorizações/decomposições (triangulares, QR, SVD).
- Ortogonalização e problema de mínimos quadrados.
- Valores e vetores próprios e diagonalização.
- Matrizes simétricas e hermiticas.
- Matrizes definidas e semidefinidas positivas.
- Valores singulares e forma canónica de Jordan.
- Funções de matrizes.
- Implementação de alguns algoritmos em sistema interativo de cálculo numérico e simbólico



[Voltar](#)

Tópicos de Análise Funcional (MAT14364M)

- Espaços métricos. Convergência, Sucessão de Cauchy, Completude. Exemplos e demonstrações de completude. Exemplos de espaços métricos incompletos. Completude de espaços.
- Espaços normados. Espaços de Banach. Espaço vetorial. Espaço normado. Espaço de Banach. Espaços de dimensão finita e subespaços. Compacidade e dimensão finita. Operadores lineares. Funcionais lineares. Espaços normados de operadores. Espaço dual.
- Espaços de Hilbert. Espaço com produto interno. Espaço de Hilbert. Complementos ortogonais e somas diretas. Conjuntos e sucessões ortonormais. Séries e conjuntos ortonormais. Funcionais em espaços de Hilbert.
- Teoremas em espaços de Banach. Lema de Zorn. Teorema de Hann-Banach. Teorema da limitação uniforme. Convergências forte e fraca.
- Teoria do ponto fixo de Banach. Teorema de ponto fixo de Banach. Teorema de Banach e Equações Diferenciais. Teorema de Banach e Equações Integrais.

[Voltar](#)

Seminário em Matemática I (MAT14389M)

- Apresentações realizadas por docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UÉ, e por investigadores convidados externos, a divulgarem as suas áreas de investigação.
- Apresentações dos alunos do 4.º semestre sobre temas das suas dissertações.
- Apresentação do software para investigação em Matemática (LaTex, software livre do cálculo numérico e simbólico).

[Voltar](#)

Seminário em Matemática II (MAT14390M)

- Apresentações realizadas por docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UÉ, e por investigadores convidados externos, a divulgarem as suas áreas de investigação.
- Metodologias de investigação. Fases de elaboração de um trabalho científico. Apresentação e divulgação de trabalhos científicos.
- Preparação e apresentação dos planos de elaboração da dissertação pelos alunos.

[Voltar](#)

Seminário em Matemática III (MAT14391M)

Preparação pelo estudante de uma apresentação, no âmbito da UC Seminário I, sobre a tema da dissertação e sobre os resultados alcançados.