



Plano de Estudos

Escola: Instituto de Investigação e Formação Avançada

Grau: Programa de Doutoramento

Curso: Matemática (cód. 750)

1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11688D	Seminário	Matemática	12	Anual	312

Optativas-Grupo I

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
MAT11686D	Complementos de Álgebra	Matemática	6	Semestral	156
MAT11687D	Teoria de Números e Criptografia	Matemática	6	Semestral	156
MAT11690D	Tópicos de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT11691D	Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156
MAT11692D	Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias	Matemática	6	Semestral	156
MAT11693D	Redes Dinâmicas	Matemática	6	Semestral	156
MAT11702D	Tópicos Avançados de Amostragem	Matemática	6	Semestral	156
MAT11703D	Tópicos Avançados de Investigação Operacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT11704D	Tópicos Avançados de Processos Estocásticos	Matemática	6	Semestral	156
MAT11705D	Tópicos de Estatística Computacional	Matemática	6	Semestral	156
MAT10147D	Sistemas Complexos	Matemática	6	Semestral	156
MAT11700D	Tópicos de Geometria Diferencial e Topologia	Matemática	6	Semestral	156
MAT11701D	Cálculo das Variações	Matemática	6	Semestral	156
MAT13598D	Modelação Estatística	Matemática	6	Semestral	156
MAT13606D	Tópicos de Probabilidade e Estatística	Matemática	3	Semestral	78



1.º Ano - 1.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas de Competências Transversais					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
FIL13966D	Epistemologia da Ciência	Filosofia	3	Semestral	78
VIS13967D	Técnicas de expressão e comunicação	Ciências da Educação Design Linguística	3	Semestral	78
HIS13970D	Ciência Aberta e estratégias de comunicação e disseminação	Design História Informática	3	Semestral	78
LLT13973D	Escrita académica em inglês I	Linguística	3	Semestral	78
LLT13974D	Escrita académica em inglês II	Linguística	3	Semestral	78
PSI13968D	Gestão Pessoal de Carreira	Psicologia	3	Semestral	78
INF13969D	Introdução ao LaTeX	Informática	3	Semestral	78
GES13975D	Planeamento e Gestão de Projetos	Gestão	3	Semestral	78
MAT14055D	Fundamentos de análise de dados em ambiente R	Matemática	6	Semestral	156
FIL13971D	Ética e Investigação	Filosofia	3	Semestral	78
GES14077D	Start-up PhD	Gestão	3	Semestral	78
MAT15034D	Ferramentas Matemáticas em Ambiente Python	Informática Matemática	6	Semestral	156
FIS15035D	História das Ciências	Física História	3	Semestral	78
HIS15036D	Introdução aos sistemas automáticos de referência bibliográfica	História	3	Semestral	78
PSI15037D	Emoções em contextos de aprendizagem	Psicologia	3	Semestral	78



1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
Optativas-Grupo 2						
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas	
MAT11689D	Geometria	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10150D	Introdução à Geometria Algébrica	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10145D	Semigrupos	Matemática	6	Semestral	156	
MAT10146D	Álgebra Computacional	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11691D	Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11694D	Otimização e Controlo Ótimo	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11695D	Tópicos de Análise Numérica	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11696D	Análise Funcional Não Linear e Aplicações	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11699D	Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11698D	Equações Diferenciais Funcionais	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11697D	Tópicos de Sistemas Dinâmicos	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11706D	Tópicos Avançados de Delineamento Experimental	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11707D	Tópicos Avançados de Estatística Multivariada	Matemática	6	Semestral	156	
MAT11708D	Tópicos de Modelação Espaço-Temporal	Matemática	6	Semestral	156	
MAT13597D	Controlo de Qualidade e Modelação de Risco	Matemática	6	Semestral	156	



1.º Ano - 2.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Grupo de Optativas de Competências Transversais					
Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
FIL13966D	Epistemologia da Ciência	Filosofia	3	Semestral	78
VIS13967D	Técnicas de expressão e comunicação	Ciências da Educação Design Linguística	3	Semestral	78
HIS13970D	Ciência Aberta e estratégias de comunicação e disseminação	Design História Informática	3	Semestral	78
LLT13973D	Escrita académica em inglês I	Linguística	3	Semestral	78
LLT13974D	Escrita académica em inglês II	Linguística	3	Semestral	78
PSI13968D	Gestão Pessoal de Carreira	Psicologia	3	Semestral	78
INF13969D	Introdução ao LaTeX	Informática	3	Semestral	78
GES13975D	Planeamento e Gestão de Projetos	Gestão	3	Semestral	78
MAT14055D	Fundamentos de análise de dados em ambiente R	Matemática	6	Semestral	156
FIL13971D	Ética e Investigação	Filosofia	3	Semestral	78
GES14077D	Start-up PhD	Gestão	3	Semestral	78
MAT15034D	Ferramentas Matemáticas em Ambiente Python	Informática Matemática	6	Semestral	156
FIS15035D	História das Ciências	Física História	3	Semestral	78
HIS15036D	Introdução aos sistemas automáticos de referência bibliográfica	História	3	Semestral	78
PSI15037D	Emoções em contextos de aprendizagem	Psicologia	3	Semestral	78

2.º Ano - 3.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

2.º Ano - 4.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

3.º Ano - 5.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

3.º Ano - 6.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					



4.º Ano - 7.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

4.º Ano - 8.º Semestre

Código	Nome	Área Científica	ECTS	Duração	Horas
Tese					

Condições para obtenção do Grau:

Para aprovação na componente curricular é necessário a aprovação (através de avaliação ou creditação) das seguintes unidades curriculares:

1º Ano

1 UC obrigatórias num total de 12 ECTS

UC Optativas do Grupo 1 (1º semestre) num total de 18 ECTS

UC Optativas do Grupo 2 (2º semestre) num total de 18 ECTS

UC optativas de Competências transversais num total de 12

Para obtenção do grau, é necessário a aprovação da Tese com o total de 180 ECTS com inscrição na mesma a partir do 2º, 3º e 4º ano

{ \ }newline

Conteúdos Programáticos

[Voltar](#)

Seminário (MAT11688D)

Serão convidados docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UE, preferencialmente mas não exclusivamente, a divulgarem as suas áreas de trabalho e/ou investigação.

[Voltar](#)

Complementos de Álgebra (MAT11686D)

Corpos e extensões de corpos. Extensões simples e grau de uma extensão. Normalidade e separabilidade. Teoria de Galois. Aplicações às construções de régua e compasso. Impossibilidade de problemas clássicos.



[Voltar](#)

Teoria de Números e Criptografia (MAT11687D)

1. Introdução

Os objectivos, Noção de cifra simétrica, Noção de criptografia de chave públicas: cifras, assinaturas e protocolos.

2. Teoria dos números em criptografia. Divisibilidade, Números primos e factorização, Congruências e classes resíduos nos Anéis, Função de Euler-Phi, "pequeno" Teorema de Fermat e Teorema Chinês dos Restos, Grupos Cíclicos e Logaritmos discretos.

3. Cifras Simétricas. Estudo das cifras orientadas à eficiência computacional, Cifras sequenciais para processamento de informação em tempo real, Cifras por blocos; seus modos e standards: DES e AES, Criptoanálise linear.

4. Criptografia de Chave Pública (baseada na Factorização de Inteiros e no Problema do Logaritmo Discreto). As técnicas RSA, Rabin e ElGamal. Cifras, assinaturas digitais (RSA, ElGamal e DSA), O protocolo de Diffie-Hellman.

5. Criptografia de Chave Pública baseada em Curvas Elípticas.

[Voltar](#)

Tópicos de Equações Diferenciais Parciais (MAT11690D)

Problemas de evolução: a equação do calor e a equação das ondas.

Modelação de problemas de evolução (leis de conservação).

Modelos lineares versus não-lineares.

[Voltar](#)

Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais (MAT11691D)

Discretização no tempo e no espaço. Método de diferenças finitas e elementos finitos (contínuos e descontínuos).

Problemas aproximados com condições iniciais e de contorno. Problemas de Dirichlet, Neumann e Robin. Exemplos de aplicações em 2D e 3D.

Convergência, consistência e estabilidade.

Equações parabólicas: Métodos explícitos e implícitos, utilizando diferenças finitas e elementos finitos. Aplicação à equação de difusão.

Equações hiperbólicas: Formulação quasi-linear e formulação conservativa. Métodos explícitos e implícitos, utilizando diferenças finitas e elementos finitos.

Equações elípticas: métodos utilizando diferenças finitas e elementos finitos.

Métodos directos e iterativos para resolver o sistema de equações resultante.

[Voltar](#)

Tópicos de Equações Diferenciais Ordinárias (MAT11692D)

Teoremas de deformação, de passagem da montanha, de ponto sela e de enlace.

Teoria do grau topológico em dimensão finita e infinita.

Aplicações a equações diferenciais ordinárias e parciais.

Teoremas de ponto fixo.

Método das sub e das sobre-soluções aplicado a problemas com valores na fronteira: método directo, método iterativo monótono, existência de soluções extremas.



[Voltar](#)

Redes Dinâmicas (MAT11693D)

1. Teoria qualitativa dos grafos
2. Compreensão da teoria básica de sistemas dinâmicos caóticos e teoria da estabilidade
3. Relação entre a dinâmica e a estrutura da rede
4. Relação entre a dinâmica local e global
5. Sincronização de redes
6. Análise espectral de redes
7. Propriedades específicas de diferentes tipos de redes

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Amostragem (MAT11702D)

1. Amostragem de populações finitas.
2. Amostragem de populações elusivas ou raras.
3. Estimacão de parâmetros demográficos.
4. Amostragem em dinâmica de comunidades.
5. Modelos de ocupação: seleção e estimacão.

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Investigação Operacional (MAT11703D)

1. Otimização com Algoritmos Genéticos
2. Redes e Grafos
3. Programação dinâmica
4. Gestão de Projetos
5. Análise de Eficiência e Produtividade
6. Processos de decisão de Markov

[Voltar](#)

Tópicos Avançados de Processos Estocásticos (MAT11704D)

1. Processo de Poisson e suas variantes.
2. Processos de renovamento e suas variantes.
3. Redes de filas de espera e aplicações à modelação de sistemas de telecomunicações.
4. Processos de difusão e processo de Wiener, movimento browniano.
5. Integrais estocásticos de Itô e de Stratonovich, a fórmula de Itô.
6. Equações diferenciais estocásticas e sua aplicação à modelação de crescimento de populações animais e de dados financeiros.

[Voltar](#)

Tópicos de Estatística Computacional (MAT11705D)

1. Introdução à linguagem de programação R.
2. Geração de NPA's (Números Pseudo-Aleatórios).
3. Métodos de Monte Carlo em Inferência Estatística.
4. Métodos de Reamostragem Bootstrap, Jackknife.
5. Métodos MCMC (Markov Chain Monte Carlo).
6. Estimacão MV e o algoritmo EM.



[Voltar](#)

Sistemas Complexos (MAT10147D)

A iteração: Sistemas dinâmicos discretos. Sistemas dinâmicos contínuos e a sua redução aos sistemas dinâmicos discretos. Formalismo termodinâmico. Os grafos. Leis de Kirchoff generalizadas. Teoria do potencial. As redes complexas. Os métodos da mecânica analítica. Coordenadas generalizadas. O método simbólico. A computação. O método experimental. Medidas de complexidade. Classificação dos sistemas complexos. Os sistemas reais: físicos, químicos e biológicos. A linguagem. A economia e outros sistemas sociais.

[Voltar](#)

Tópicos de Geometria Diferencial e Topologia (MAT11700D)

Parte 1 - Espaços métricos e espaços topológicos. Grupo fundamental de um espaço topológico. Espaços de cobertura, espaço de cobertura universal. Exemplos e aplicações.

Parte 2 - Variedades diferenciáveis e o espaço tangente. Campos vectoriais e orientação. Variedades com bordo e orientação induzida no bordo. Transformações entre variedades. Breves noções de subvariedades. Formas diferenciais, derivada exterior. Cohomologia de deRham; lema de Poincaré. Integração em variedades e o teorema de Stokes.

Parte 3 - Variedades riemannianas e o volume. Geodesia e transporte paralelo numa variedade riemanniana. Curvatura riemanniana e grupo de holonomia. Teoria dos fibrados vectoriais. Fibrados naturais sobre uma variedade.

Parte 4 - Mais noções topológicas; característica de Euler. Grupos e álgebras de Lie. Acções de grupos em variedades. Homologia singular.

[Voltar](#)

Cálculo das Variações (MAT11701D)

1. Introdução.
2. Problemas clássicos e métodos indirectos.
 - 2.1. A equação de Euler-Lagrange
 - 2.2. Condições suficientes para garantir a existência de minimizantes.
3. O método directo para integrais simples.
 - 3.1. Espaços de Sobolev (dim.1).
 - 3.2. Funções absolutamente contínuas.
 - 3.3. A semicontinuidade inferior implica a convexidade.
 - 3.4. A convexidade implica a semicontinuidade inferior.
 - 3.5 Existência de minimizantes em espaços de Sobolev.
 - 3.6. Introdução à teoria da regularidade dos minimizantes.
 - 3.7. A equação de DuBois-Reymond sob hipóteses minimais.
 - 3.8. Integrais com crescimento linear e homogeneidade positiva.
 - 3.9. Integrais paramétricos.
4. Integrais vectoriais: Q-, P-, R-convexidade.
 - 4.1. A equação de Euler-Lagrange.
 - 4.2. A semicontinuidade para campos escalares implica a convexidade.
 - 4.3. A convexidade tipo Q, P e R.
 - 4.4. A Q-convexidade implica a R-convexidade.
 - 4.5 A semicontinuidade inferior implica a Q-convexidade.



[Voltar](#)

Modelação Estatística (MAT13598D)

Variáveis aleatórias unidimensionais e multidimensionais.

Função geradora de momentos, função geradora de probabilidades e função característica. Transformadas de Laplace.

Principais distribuições de probabilidade.

Transformações de variáveis e vetores aleatórios.

Convergências estocásticas, teorema do limite central e lei dos grandes números.

Estimação pontual. Métodos de estimação e propriedades dos estimadores. Estimadores BLUE e UMVUE. Limite inferior de Crámer-Rao.

Estimação intervalar.

Testes de hipóteses. Testes de razão de verosimilhanças. Lema de Neyman-Pearson.

Análise de regressão, análise de variância e análise de covariância.

[Voltar](#)

Tópicos de Probabilidade e Estatística (MAT13606D)

Variáveis aleatórias unidimensionais e multidimensionais.

Função geradora de momentos, função geradora de probabilidades e função característica. Transformadas de Laplace.

Principais distribuições de probabilidade.

Transformações de variáveis e vetores aleatórios.

Convergências estocásticas, teorema do limite central e lei dos grandes números.

Estimação pontual. Métodos de estimação e propriedades dos estimadores. Estimadores BLUE e UMVUE. Limite inferior de Crámer-Rao.

Estimação intervalar.

Testes de hipóteses. Testes de razão de verosimilhanças. Lema de Neyman-Pearson.

Análise de regressão, análise de variância e análise de covariância.

[Voltar](#)

Epistemologia da Ciência (FIL13966D)

1.A Epistemologia contemporânea e as contribuições da História e Filosofia da Ciência, Estudos da Ciência e Tecnologia.

2.A Revolução Científica e suas repercussões. A unidade de conhecimento e a organização das disciplinas. O problema da demarcação: ciência e senso comum, religião, arte e poder.

3.Crenças, metodologias, verdades científicas e justificação. As virtudes epistemológicas. Ciência normal, controvérsias e inovação.

4.A veracidade científica: as dimensões lógico-formal, empírica e hermenêutica. Práticas e “zonas de negociação”. A lógica da descoberta e da justificação. Personae, objectivação e ontologias.

5. Epistemologias especiais: as epistemologias das ciências sociais, das ciências da vida, das engenharia e tecnologias, das artes. Interdisciplinaridade, multidisciplinaridade e transdisciplinaridade.

6. A dinâmica das comunidades científicas e os desafios da globalização da ciência: problemas de cultura, funcionamento e ética científica.



[Voltar](#)

Técnicas de expressão e comunicação (VIS13967D)

1. Comunicação:

- conceitos gerais
- canais, códigos, significados e contextos
- ruído e facilitadores de comunicação
- o estilo
- comunicação verbal e não verbal
- comunicação oral e escrita

2. Comunicação e expressão escrita:

- diferentes tipos de redação: formal, informal, académica, literária, jornalística, técnica, publicitária; redes sociais
- subjetividade vs objetividade
- técnicas de escrita em linguagem clara
- tipografia, layout e grafismos
- textos não formais de comunicação de ciência
- o comunicado de imprensa
- a escrita de emails
- a escrita em redes sociais

3. Comunicação e expressão oral:

- diferentes tipos de comunicação oral: informativa e persuasiva
- preparação de uma apresentação oral
- técnicas para enfrentar, cativar e persuadir a audiência
- a importância do storytelling
- o tom de voz
- a comunicação não verbal
- suportes visuais à comunicação oral – design da informação
- entrevistas e conferências de imprensa
- o debate: a arte de discordar e argumenta

[Voltar](#)

Ciência Aberta e estratégias de comunicação e disseminação (HIS13970D)

1. Conceitos e noções fundamentais da Ciência Aberta e cidadã e respetivos contextos de aparecimento.

2. Como publicar?

2.1. Os vários tipos de textos científicos e as áreas disciplinares.

2.2. A arbitragem científica.

2.3. As publicações indexadas e os fatores de impacto.

2.4. O índice-h.

3. Os problemas da abertura e partilha dados: da Ética à inteligibilidade dos dados.

3.1. Direitos de Autor e licenças creative commons. Os links permanentes. As patentes.

3.2. Os metadados.

3.3. Os repositórios institucionais.

4. Exigências dos dados abertos e partilháveis: do plano de gestão à preservação

5. Interoperabilidade.

6. Representação e Recuperação de Informação.

7. Segurança dos dados.

8. Estratégias de comunicação de ciência

8.1. A história da comunicação de ciência e os desafios de hoje.

8.2. Como estimular o prazer intelectual associado ao pensamento crítico e científico?

8.3. Estratégias para atrair e construir audiências: design emocional.



[Voltar](#)

Escrita académica em inglês I (LLT13973D)

Unidade 1. O processo de escrita: (a) a finalidade, tipos e características da escrita académica; (b) tipos de textos académicos; (c) o desenvolvimento de abordagens de leitura crítica; (d) planeamento e brainstorming; pontos-chave e tomada de notas; (e) parafraseando e resumindo; (f) referências e revisão; (g) reescrita e revisão.

Unidade 2. Elementos da escrita: (a) argumento e discussão; (b) causa e efeito; (c) coesão; (d) comparação; (e) exemplos; (f) generalização.

[Voltar](#)

Escrita académica em inglês II (LLT13974D)

Unidade 1. Rigor da redação: (a) vocabulário académico; (b) conjunções, substantivos e adjetivos, preposições; (c) pontuação; (d) verbos: passivo, referencial, tempo.

Unidade 2. Modelos de redação: (a) relatórios, estudos de caso e revisões de literatura; (b) design e relatório de pesquisas; (c) ensaios; (d) a tese de doutoramento.

[Voltar](#)

Gestão Pessoal de Carreira (PSI13968D)

1. Trabalho e carreira

- 1.1. A natureza mutante do trabalho em sociedades globalizadas
- 1.2. A importância da gestão pessoal da carreira na sociedade globalizada
- 1.3. Modelos e práticas de gestão pessoal de carreira
2. O desenvolvimento de competências pessoais de gestão de carreira
 - 2.1. A minha carreira
 - 2.2. Identidade
 - 2.3. Recursos de adaptabilidade na carreira
 - 2.4. Barreiras e apoios na gestão pessoal de carreira
 - 2.5. A implementação de estratégias de gestão pessoal de carreira

3. A investigação no âmbito da gestão pessoal de carreira

[Voltar](#)

Introdução ao LaTeX (INF13969D)

1. Organização de Documentos: Divisões de um documento, Listas.
2. Documentos Comuns: Apresentações, Tabelas e Figuras.
3. Publicações Académicas: Acrónimos, Bibliografias e Referências.
4. Monografias e Livros: Documentos multi-ficheiros.
5. Tópicos Avançados: Expressões Matemáticas, Hiperligações, Índices, Gráficos.

[Voltar](#)

Planeamento e Gestão de Projetos (GES13975D)

1. Planeamento, programação e controlo de projetos
2. Programação de projetos com durações determinísticas
3. Programação de projetos com durações estocásticas
4. Planeamento e gestão financeira de projetos
5. Apresentação, resolução e discussão de exemplos de projetos de investigação



Voltar

Fundamentos de análise de dados em ambiente R (MAT14055D)

1. Introdução à linguagem R
 - i. Instalação do R, do R Studio e de bibliotecas
 - ii. Uso do R como calculadora: operações matemáticas e lógicas
 - iii. Armazenamento de dados: variáveis, vetores, matrizes e listas
 - iv. Classes de objetos e conversão de objetos em diferentes classes
 - v. Importação, exportação e armazenamento de dados
 - vi. Manipulação de dados: filtros, seleções, renomeações, agrupamentos, ordenações, etc.
 - vii. Operador Pipe
2. Visualização gráfica de dados: categóricos e quantitativos discretos e contínuos
 - i. Gráficos estáticos
 - ii. Gráficos dinâmicos
 - iii. Gravação de gráficos em diversos formatos
3. Medidas resumo
 - i. Localização
 - ii. Dispersão
 - iii. Forma
 - iv. Associação
4. Testes de hipóteses
 - i. Paramétricos
 - ii. Não-paramétricos

Voltar

Ética e Investigação (FIL13971D)

- I. INTRODUÇÃO – O LUGAR DO QUESTIONAMENTO ÉTICO NA INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA
 - I. 1. Investigação e Ciência
 - I. 2. Ciência, Técnica e Tecnologia
 - I. 3. Desenvolvimento tecnológico e Ética
- II. CONCEITOS, VALORES E PRINCÍPIOS ÉTICOS NA INVESTIGAÇÃO
 - II. 1. A salvaguarda dos direitos humanos na regulação ética da investigação
 - II. 2. O património comum de obrigações dos profissionais da informação e dos investigadores
 - II. 3. Os critérios da Liberdade e da Responsabilidade na investigação
- III. LICITUDE E LEGALIDADE NOS PROJECTOS DE INVESTIGAÇÃO
 - III. 1. Questões de autoria – os direitos e os deveres de quem investiga
 - III. 2. Comissões de Ética, códigos ou cartas de conduta e decisão pessoal
 - III. 3. Era Digital e integridade na investigação



[Voltar](#)

Start-up PhD (GES14077D)

- I. Navegar no mar dos Empreendedores: por que razão há start-ups que falham e outras que têm sucesso?
 - O que é um empreendedor e de que é feito o empreendedorismo?
 - Personalidade empreendedora, capacidades empreendedoras e equipas de empreendedorismo.
 - O poder da inovação e ingredientes para se inovar.
 - Empreendedorismo e sentido crítico – identificar as próprias fraquezas e ameaças através da análise SWOT.
- II. Design de uma Proposta de Valor
 - A validação de necessidades.
 - Como suprimir os problemas de um público-alvo?
 - A conceptualização de uma solução/protótipo.
 - Testar e obter feedback.
- III. Minimum Viable Product (MVP): do compromisso de funcionalidades à prototipagem rápida
- IV. Lean start-up: um modelo integrado
 - Da estratégia empresarial ao modelo de negócio: um roadmap para o futuro.
 - O poder da comunicação empresarial.
- V. Propriedade intelectual e Proteção da Inovação
- VI. Fontes de Financiamento: das rondas de investimento ao crowdfunding

[Voltar](#)

Ferramentas Matemáticas em Ambiente Python (MAT15034D)

1. Introdução ao software SageMath. Instalação.
2. SageMath como calculadora: primeiros cálculos, funções elementares, variáveis em Python, variáveis simbólicas, primeiros gráficos.
3. Representação de números em ponto flutuante: propriedades, arredondamentos.
4. Programação e estrutura de dados: algoritmos (ciclos, condições e funções), listas e outras estruturas de dados.
5. Análise: expressões simbólicas e simplificações, funções matemáticas usuais, resolução explícita de equações. Somatórios, limites, sucessões, séries, derivadas e integrais. Resolução de equações diferenciais.
6. Álgebra linear: vetores e matrizes, computação vetorial e matricial, resolução de sistemas lineares, computação de valores e vetores próprios, decomposição de matrizes.
7. Gráficos: representação gráfica de funções, curvas paramétricas, curvas em coordenadas polares, curvas definidas implicitamente, representação de dados discretos, representação da solução de equações diferenciais.



[Voltar](#)

História das Ciências (FIS15035D)

Pluralidade de abordagens na história e na filosofia das ciências e seu interesse para a pedagogia e a formação integral e humanística.

Cosmovisão aristotélica.

Navegações e as pré-condições da Revolução Científica.

Revolução Científica: de Copérnico a Newton.

Kant e a teoria do conhecimento.

Lavoisier: a Química e a respiração dos animais.

Cosmovisão Laplaciana e o desenvolvimento da Termodinâmica.

A consiliência de induções.

O transformismo biológico e o modelo antropológico.

A ultrapassagem do mecanicismo, história e epistemologia.

Quanta, relatividade: ultrapassagem do paradigma clássico.

O lugar da história da ciência.

O homo faber e o valor educativo da história das ciências.

Institucionalização da HFC: criação de revistas e organização de congressos da área.

A estrutura modular da teoria científica.

a tecnociência contemporânea.

A cultura material (laboratórios, instrumentos, coleções de história natural).

A circulação do conhecimento.

A ciência e os valores. Ciência e género.

[Voltar](#)

Introdução aos sistemas automáticos de referência bibliográfica (HIS15036D)

Introdução

1. Instalação do software
2. A importância do controlo da bibliografia e as dificuldades em fazê-lo
3. Os principais formatos de textos usados no mundo universitário.
4. O Zotero no contexto dos sistemas de gestão automática de referências bibliográficas
5. Bibliotecas da Universidade, bases de dados disponíveis e a Web of Knowledge

Parte I – Usar o Zotero para criar a minha biblioteca:

1. Reunir bibliografia com o Zotero
2. A organização da biblioteca
3. Exploração da leitura
4. Pesquisas no interior da biblioteca

Parte II – Ler com o Zotero

Parte III - Usar o Zotero para redigir textos académicos

1. Fazer as notas
2. Estilos:
3. Produzir automaticamente a bibliografia final e alterá-la

Parte IV – Partilhar com o Zotero

1. Enviar referências bibliográficas
2. Criar grupos e partilhar uma biblioteca

[Voltar](#)

Emoções em contextos de aprendizagem (PSI15037D)

- 1- Modelos e teorias explicativas sobre a relação entre a emoção e a cognição.
- 2- Emoções e sentimentos nas experiências de aprendizagem
- 3- Regulação emocional em contextos de aprendizagem



[Voltar](#)

Geometria (MAT11689D)

Elementos de geometria projectiva. Transformações geométricas e sua representação. Classificação das geometrias de ponto de vista transformacional. Geometrias euclidianas e não-euclidianas.

[Voltar](#)

Introdução à Geometria Algébrica (MAT10150D)

Generalidades sobre curvas algébricas reais, álgebra polinomial e espaços projectivos. Cónicas e outras curvas afins. Singularidades e tangentes. Curvas racionais afins e projectivas. Singularidades, tangentes, equivalência. Variedades afins, Nullstellensatz. Variedades projectivas.

[Voltar](#)

Semigrupos (MAT10145D)

Grupos comutativos finitamente gerados.

Monóides cancelativos finitamente gerados.

Semigrupos numéricos: apresentação minimal e limites superiores da cardinalidade.

Semigrupos numéricos irredutíveis.

[Voltar](#)

Álgebra Computacional (MAT10146D)

Introdução. Polinómios e espaço afim. Variedades afins. Parametização de variedades afins. Ideais.

Polinómios numa variável. Ordenação de monómios em $k[x_1, \dots, x_n]$. Um algoritmo de divisão em $k[x_1, \dots, x_n]$.

Ideais monomiais e lema de Dickson. Teorema da Base de Hilbert e bases de Gröbner.

Algoritmo de Buchberger. Algumas aplicações das bases de Gröbner. Sistemas de reescrita. Algoritmo de Knuth Bendix.

[Voltar](#)

Otimização e Controlo Ótimo (MAT11694D)

Modelação matemática e otimização. Classificação dos problemas de otimização.

Teoria e algoritmos de otimização sem restrições.

Teoria e algoritmos de otimização com restrições.

Algoritmos heurísticos, evolutivos e genéticos. Otimização global. Otimização multiobjectivo.

Regularização dos problemas de otimização mal-condicionados.

Otimização dos sistemas dinâmicos. Controlo ótimo. Princípio de máximo de Pontriagin. Aplicações.

Diferenciação automática. Programação dinâmica.

Implementação computacional dos métodos de otimização.

[Voltar](#)

Tópicos de Análise Numérica (MAT11695D)

A disciplina será constituída de duas partes.

A primeira parte tem por objetivos dar as bases teóricas à modelação numérica de problemas em várias áreas (engenharia, física, medicina, etc.) e tratar casos concretos através de "problemas modelos". Dois métodos serão abordados:

1) discretização utilizando diferenças finitas.

2) Discretização utilizando uma formulação variacional. Será tratado a noção de solução fraca.

A segunda parte é constituída de uma opção a escolher entre: "Método das diferenças finitas para problemas em dimensão 2" ou "Problemas de evolução" com formulações explícitas e implícitas.

Além do estudo da matéria, será pedido aos alunos efetuar trabalhos de investigação ou demonstração de resultados.



[Voltar](#)

Análise Funcional Não Linear e Aplicações (MAT11696D)

1. Equações Diferenciais Funcionais lineares :com atraso e neutras.. Existência, unicidade e dependência contínua de parâmetros.
2. Equações em Espaços de Dimensão Finita e Aplicações
Operador de Green. Problema de multi-ponto.
Problemas impulsivos de ordem superior
3. Oscilação de Equações Diferenciais Funcionais
Equações diferenciais não lineares com atraso. Teoremas de Comparação e oscilação. Existência de soluções não oscilatórias.
4. Problemas Impulsivos Funcionais e Estabilidade
Funções de Lyapunov. Estabilidade de soluções. Teoremas sobre limitação. Estabilidade global e em relação a um parâmetro.
Aplicações.
5. Métodos para Problemas Funcionais de Valores na Fronteira. Equações com operadores monótonos. Métodos iterativos.
Redução de equações. Método de sub e sobre-soluções
6. Problemas Funcionais Generalizados: métodos clássicos adaptados
Existência e multiplicidade de solução. Problemas de ordem superior funcionais. Soluções extremas .

[Voltar](#)

Análise Multívoca e Inclusões Diferenciais (MAT11699D)

Elementos de Análise Convexa: funções e conjuntos convexos, faces expostas e extremas, Teorema de Krein-Milman, dualidade, subdiferencial, cones normal e tangente. Aplicações multívocas em espaços métricos. Continuidade. Seleccões contínuas. Multifunções em espaços mensuráveis. Integral de Aumann.
Elementos de Análise Não Suave: análise proximal, gradientes generalizados de Clarke. Inclusões diferenciais. Teoremas de existência. Propriedades topológicas e outras de conjunto de soluções.
Relaxamento. Aplicações em Controlo Ótimo.

[Voltar](#)

Equações Diferenciais Funcionais (MAT11698D)

1. Equações Diferenciais Funcionais lineares
Equações diferenciais com atraso e Equações diferenciais neutras. Equações diferenciais funcionais generalizadas com atraso
2. Equações em Espaços de Dimensão Finita e Aplicações
Funções de Green e operador de Green. Problemas de ordem superior (caso escalar): Problema de multi-pontos na fronteira ,
Problemas impulsivos,. Equações com operadores de Volterra generalizados
3. Oscilação de algumas Equações Diferenciais Funcionais
Teoremas de Comparação e oscilação
Equações diferenciais não lineares neutras com coeficientes variáveis
Existência de soluções não oscilatórias
4. Problemas Impulsivos Funcionais e Estabilidade
Estabilidade de soluções no sentido de Lyapunov
Estabilidade global da solução
Estabilidade em relação a um parâmetro
Aplicações: Modelos de Populações, Redes Neurais, Modelo Económico



Voltar

Tópicos de Sistemas Dinâmicos (MAT11697D)

Sistemas dinâmicos em grafos. Operador de Perron-Frobenius-Ruelle. {\}

Invariantes topológicos espectrais. {\}

Grupos Fuchsianos, grupos Kleinianos. Acção de grupos discretos no espaço hiperbólico. Álgebras de operadores associadas a sistemas dinâmicos discretos. {\}

Problemas de fronteira não lineares para as equações às derivadas parciais. {\}

Invariantes topológicos, auto-semelhança e renormalização. {\}

Teoria da renormalização em sistemas dinâmicos.

Voltar

Tópicos Avançados de Delineamento Experimental (MAT11706D)

1. Teoria e práticas do delineamento de experiências. Blocos completos e incompletos equilibrados. Quadrados latinos.

2. Planos Fatoriais e Fatoriais Fracionados

3. Planos Split-plot. Planos Split-Block. Planos com Medidas Repetidas e sua relação com os Planos Split-Plot e Split-Block

4. Planos Reticulares (Lattice Designs)

5. Planos Cruzados (Crossover Designs)

6. Metodologias de Superfície de Resposta

Voltar

Tópicos Avançados de Estatística Multivariada (MAT11707D)

1. Distribuições Multivariadas (Distribuição Normal Multivariada, Distribuição de Wishart, Distribuição T2 de Hotelling, A estatística Lambda de Wilks).

2. Métodos de Análise de Interdependência

3. Independent Component Analysis

4. Métodos de Análise de Dependência

5. Escalonamento Multidimensional

6. Data Mining .

Voltar

Tópicos de Modelação Espaço-Temporal (MAT11708D)

1. Breve revisão dos conceitos essenciais de processos Estocásticos.

2. Modelos temporais lineares: modelo SARIMA

3. Modelos espaciais pontuais

4. Modelos espaciais contínuos: métodos de interpolação espacial de krigagem e co-krigagem

5. Análise de clusters espaciais

6. Análise de séries temporais e espaciais recorrendo ao software R.

Voltar

Controlo de Qualidade e Modelação de Risco (MAT13597D)

Cartas de controlo por variáveis e por atributos.

Políticas de amostragem em controlo de qualidade. Propriedades estatísticas. Medidas de desempenho.

Análise de capacidade de um processo.

Capacidade do sistema de medição.

Planos de amostragem por aceitação.

Fiabilidade e sobrevivência.

Sistemas em série e em paralelo.

Modelos paramétricos e semi-paramétricos de modelação do risco.

Políticas de inspeção de sistemas.